BOGUSŁAW GUZIK

STATYSTYCZNE METODY SZACOWANIA ATRAKCYJNOŚCI LOKALIZACJI MIESZKAŃ

Streszczenie: W artykule omówiono i zaprezentowano na dużym przykładzie empirycznym (ponad 400 obserwacji) trzy zasadnicze podejścia do szacowania atrakcyjności lokalizacji nieruchomości. Pierwsze (statystyczne) polega na obliczeniu średnich cen nieruchomości lub średnich cen za m^2. Drugie (ekonometryczne) wykorzystuje wieloczynnikowe modele ekonometryczne dla cen nieruchomości. Wśród czynników oprócz czynników lokalizacyjnych znajdują się inne atrybuty nieruchomości: stan techniczny, powierzchnia, typ itp. Trzecie podejście, które nazwano multiplikacją ceny minimalnej, wychodzi z podobnych co wieloczynnikowe modele ekonometryczne przesłanek. Cena uzależniona jest od wielu czynników i jest szacowana jako iloczyn ceny minimalnej przez czynnik wynikający z atrybutów nieruchomości, w szczególności z atrybutów lokalizacyjnych. Najlepsze wyniki uzyskano za pomocą podejścia ekonometrycznego.

Słowa kluczowe: atrakcyjność lokalizacyjna, estymacja ekonometryczna

1. WSTĘP

W pracy przedstawiono główne statystyczne metody szacowania atrakcyjności lokalizacji mieszkań. Omówiono różne metody, od najprostszych – opartych na obliczaniu średnich cen, po bardziej skomplikowane – oparte na szacowaniu odpowiednio skonstruowanych modeli ekonometrycznych.

Metody ilustrowano na przykładzie szacowania atrakcyjności lokalizacji mieszkań dwupokojowych w pewnym dużym mieście wojewódzkim. Wykorzystane dane liczbowe dotyczyły oferty ponad 400 mieszkań dwupokojowych z rynku pierwotnego i rynku wtórnego, które zostały zrealizowane przez Biuro Obrotu Nieruchomościami „Yes” od września 2003 do lutego 2005 r.

2. WSPÓŁCZYNNIKI ATRAKCYJNOŚCI WEDŁUG ŚREDNIEJ CENY MIESZKANIA

Najprostszy statystyczny sposób szacowania atrakcyjności lokalizacji sprowadza się do obliczenia i porównania średnich cen mieszkań w poszczególnych lokalizacjach. Jest to postępowanie oczywiste i nie wymaga dodatkowych komentarzy. Średnią cenę za mieszkanie możemy liczyć jako:

(a) średnią arytmetyczną indywidualnych cen odpowiednich mieszkań
(b) albo – co na to samo wychodzi – jako iloraz wartości mieszkań przez ich liczbę.

Tytułem ilustracji w tabeli 1 przedstawiono wyniki obliczeń średnich ceny mieszkań 2.pokojowych w 19 rejonach miasta.

Tabela 1. Średnia cena za mieszkanie (w zł)

Nr	*Lokalizacja*	*Średnia cena za mieszkanie*	*Nr*	*Lokalizacja*	*Średnia cena za mieszkanie*
1	*Inne*	163000	11	*Rejon 11*	85375
2	*Rejon 1*	87200	12	*Rejon 12*	92291
3	*Rejon 2*	119050	13	*Rejon 13*	103875
4	*Rejon 3*	101167	14	*Rejon 14*	99000
5	*Rejon 4*	97927	15	*Rejon 15*	123333
6	*Rejon 5*	97438	16	*Rejon 16*	81500
7	*Rejon 6*	103313	17	*Rejon 17*	97909
8	*Rejon 7*	94000	18	*Rejon 18*	94233
9	*Rejon 8*	120750	19	*Rejon 11*	85375
10	*Rejon 9*	129733			

Źródło: Obliczenia własne

Żeby obliczyć współczynniki atrakcyjności na podstawie średnich cen mieszkań trzeba przyjąć jakiś wzorzec. „Naturalnym" wzorcem jest lokalizacja o największej średniej cenie mieszkania. Dzieląc średnią cenę dla danej lokalizacji przez maksymalną średnią cenę za mieszkanie, uzyskujemy współczynniki atrakcyjności, które są liczbami z przedziału od 0 do 1 (albo 0 –100%), i które określają stopień realizacji wzorca:

$$(1) \qquad A_j = \frac{C_j}{C_{\max}},$$

gdzie:
C_j – średnia cena mieszkania znajdującego się w j-ym regionie,
$C_{\max} = \max\limits_{j} C_j$.

W podanym przykładzie takim punktem odniesienia byłaby średnia cena mieszkania o lokalizacji *Innej* (163 tys. zł). Liczba mieszkań o tej lokalizacji jest jednak znikoma, a poza tym lokalizacja *Inne* ma charakter resztkowy (to co nie weszło do wyróżnionych wcześniej grup). Porównywanie wszystkich lokalizacji do lokalizacji *Innej* byłoby więc w znacznym stopniu przypadkowe i wątpliwe. Dlatego też za wzorzec uznano największą średnią cenę mieszkania dla regionu o wystarczającej liczebności. W przykładzie jest to *Rejon 9* – ze średnią ceną za mieszkanie C_{max} około 130 tys. zł. Tak obliczone współczynniki atrakcyjności lokalizacji przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Współczynniki atrakcyjności lokalizacji według średniej ceny za mieszkanie

Nr	*Lokalizacja*	***Atrakcyjność lokalizacji***	*Nr*	*Lokalizacja*	***Atrakcyjność lokalizacji***
1	*Rejon 9*	**1,000**	11	*Rejon 17*	**0,755**
2	*Rejon 15*	**0,951**	12	*Rejon 5*	**0,751**
3	*Rejon 8*	**0,931**	13	*Rejon 18*	**0,726**
4	*Rejon 2*	**0,918**	14	*Rejon 7*	**0,725**
5	*Rejon 10*	**0,866**	15	*Rejon 12*	**0,711**
6	*Rejon 13*	**0,801**	16	*Rejon 1*	**0,672**
7	*Rejon 6*	**0,796**	17	*Rejon 11*	**0,658**
8	*Rejon 3*	**0,780**	18	*Rejon 16*	**0,628**
9	*Rejon 14*	**0,763**			
10	*Rejon 4*	**0,755**			

Źródło: Obliczenia własne

3. WSPÓŁCZYNNIK ATRAKCYJNOŚCI WEDŁUG ŚREDNIEJ CENY ZA M²

Opisany przed chwilą sposób szacowania atrakcyjności lokalizacji na podstawie porównania średnich cen mieszkań może być krytykowany z oczywistego powodu, że mieszkania, nawet jeśli mają tę samą liczbę pokojów, mają różną powierzchnię. Dlatego – jeśli już utrzymywać się na gruncie porównywania średnich – lepiej to zrobić na podstawie średniej ceny za metr kwadratowy. Taki też – dość naturalny sposób – proponuje się zazwyczaj w literaturze dotyczącej nieruchomości[1].

Najłatwiejsze i najbardziej oczywiste wydaje się obliczenie zwykłej średniej arytmetycznej indywidualnych cen za m^2 mieszkania. Jest to jednak błędne[2], co ilustruje poniższy przykład:

---

[1] Np. w *Wycenie nieruchomości,* 2005 nr 51, w rozdz. 4 zamieszczono odpowiednie średnie dla Gdańska i Szczecina w podziale na ich rejony.

[2] Ten błąd, jak się wydaje, popełniany jest dość często, zwłaszcza przez dziennikarzy piszących o rynku nieruchomości.

Oferowano 2 mieszkania o następujących charakterystykach:

Nr mieszkania	cena	powierzchnia	cena za m^2
1.	120000	40	3000
2.	160000	80	2000

Licząc średnią arytmetyczną indywidualnych cen za m^2 otrzymujemy liczbę (3000 +2000)/2 = 2500 zł. Ale to nie jest średnia cena za m^2! Poszukiwaną średnią obliczymy, dzieląc łączną wartość tych mieszkań (równą 280 tys. zł) przez ich łączną powierzchnię (120). Średnia cena
w tych mieszkaniach wynosi ok. 2300 zł za m^2, a nie 2500 zł[3].

Średnią cenę za m^2 trzeba liczyć jako:

(a) iloraz wartości odpowiednich mieszkań przez ich liczbę,

(b) albo jako średnią *harmoniczną* z cen za m^2 w indywidualnych mieszkaniach[4].

Współczynnikiem atrakcyjności *j*-ej lokalizacji ustalonym na podstawie średniej ceny za m^2 jest:

$$A_j = \frac{c_j}{c_{\max}}, \tag{2}$$

gdzie:

c_j – średnia cena za m^2 mieszkania znajdującego się w *j*-ym rejonie,

$c_{\max} = \max\limits_j c_j$.

W tabeli 3 przedstawiono dotyczące naszego problemu wyniki obliczeń średniej ceny za metr kwadratowy. Obliczono je jako iloraz globalnej wartości wszystkich mieszkań o danej lokalizacji do globalnej powierzchni tych mieszkań.

– Najwyższa średnia cena za m^2 występowała w *Rejonie 8* i wynosiła ona ok. 2840 zł. Obliczone na tej podstawie współczynniki atrakcyjności lokalizacji podano w tabeli 4.
– Różnią się one bardzo wyraźnie od poprzednich, co oczywiście wynika z odmiennej metody liczenia. Poprzednio brano pod uwagę ceny za mieszkania (a te, choć tego samego typu – dwupokojowe – mogły mieć, i miały, różną powierzchnię). Obecnie brano pod uwagę cenę za m^2.

[3] Ta ostatnia liczba to średnia z cen, a nie średnia cena

[4] Cena za m^2 to *wskaźnik struktury* (wielkość relatywna – jak liczba ludności na km^2, zużycie paliwa na 100 km itp.), czyli wielkość, której miano jest ułamkiem, a nie wielkość absolutna. W takich przypadkach właściwą średnią dla obliczenia *średniego* wskaźnika struktury jest średnia *harmoniczna* a nie średnia arytmetyczna. Definicje średniej harmonicznej znaleźć można praktycznie w każdym podręczniku statystyki, np.: M. Chromińska, W. Ignatczyk, *Statystyka. Teoria i zastosowanie*, Wyd. WSB w Poznaniu, Poznań 2004, punkt 5.2.4.

Tabela 3. Średnia cena za m^2 mieszkania

Nr	Lokalizacja	Łączna wartość	Łączna powierzchnia	Średnia cena za m^2
1	*Inne*	326000	132	2470
2	*Rejon 1*	436000	199	2191
3	*Rejon 2*	2381000	941	2530
4	*Rejon 3*	910500	397	2293
5	*Rejon 4*	4700500	2078	2262
6	*Rejon 5*	2338500	1113	2101
7	*Rejon 6*	1653000	736	2246
8	*Rejon 7*	1598000	796	2008
9	*Rejon 8*	483000	170	2841
10	*Rejon 9*	1167600	427	2734
11	*Rejon 10*	3817800	1640	2328
12	*Rejon 11*	683000	323	2115
13	*Rejon 12*	7937000	3723	2132
14	*Rejon 13*	3324000	1484	2240
15	*Rejon 14*	990000	436	2271
16	*Rejon 15*	370000	163	2270
17	*Rejon 16*	326000	151	2159
18	*Rejon 17*	2154000	1036	2079
19	*Rejon 18*	5654000	2504	2258

Źródło: Obliczenia własne

Tabela 4. Współczynniki atrakcyjności według średniej ceny za m^2

Nr	Lokalizacja	Atrakcyjność lokalizacji
1	***Rejon 8***	**1,000**
2	*Rejon 9*	**0,962**
3	*Rejon 2*	**0,891**
4	*Inne*	**0,869**
5	*Rejon 10*	**0,819**
6	*Rejon 3*	**0,807**
7	*Rejon 14*	**0,799**
8	*Rejon 15*	**0,799**
9	*Rejon 4*	**0,796**
10	*Rejon 18*	**0,795**

Nr	Lokalizacja	Atrakcyjność lokalizacji
11	*Rejon 6*	**0,790**
12	*Rejon 13*	**0,788**
13	*Rejon 1*	**0,771**
14	*Rejon 16*	**0,760**
15	*Rejon 12*	**0,750**
16	*Rejon 11*	**0,744**
17	*Rejon 5*	**0,740**
18	*Rejon 17*	**0,732**
19	*Rejon 7*	**0,707**

Źródło: Obliczenia własne

Ogólnie trudno przesądzić, która metoda jest lepsza przy szacowaniu atrakcyjności lokalizacji. Z punktu widzenia porównywania ofert mieszkaniowych właściwsze jest, oczywiście, obliczanie ceny za m^2. Dlatego – niejako pośrednio – można przyjąć, że również przy szacowaniu atrakcyjności lokalizacji, lepsza jest procedura druga, gdyż w jakimś stopniu zapewnia ona porównywalność danych.

4. SZACOWANIE ATRAKCYJNOŚCI LOKALIZACJI NA PODSTAWIE ŚREDNICH CZĄSTKOWYCH

Przedstawione powyżej procedury szacowania atrakcyjności lokalizacji oparte na średniej cenie mieszkania, czy średniej cenie za metr kwadratowy mają jedną zasadniczą wadę: abstrahują od czynników, które wywołują zróżnicowanie oferty nieruchomości, od typu budynku, jego stanu technicznego itp. By temu zaradzić można proponować obliczanie średnich cząstkowych dla przekrojów poszczególnych czynników. Przykładowo, jeśli interesują nas współczynniki atrakcyjności ze względu na (1) *cenę za m^2* oraz (2) *typ budynku,* oraz (3) *stan techniczny mieszkania*, to należy, z osobna dla poszczególnych lokalizacji, obliczyć średnie cząstkowe cen:

– za m^2 w danym typie budynku o danym stanie technicznym.

Dla przykładu w tabeli 5 przedstawiono wyniki dotyczące badania średnich cen za m^2 dla *Rejonu 4* oraz *Rejonu 12*. Puste miejsca w tabeli oznaczają niemożliwość obliczenia średniej z powodu braku danych dla odpowiedniego dwuwymiarowego przekroju cech: {*Typ domu*; *Stan techniczny mieszkania*}.

Tabela 5. Średnie ceny mieszkań w przekroju {Typ domu, Stan techniczny}

Rejon 4		*standard*	*do*	*po remoncie*	*komfort*	*nowe*
Cena za m^2	*niski*	2211	2474	2686	3405	2770
	wysoki	2020		2128	1979	
	kamienica	1714				

Rejon 12		*standard*	*do*	*po remoncie*	*komfort*	*nowe*
Cena za m^2	*niski*	2213	2169	2445		3486
	wysoki	1991	1632	2046	2257	
	kamienica					

Źródło: Obliczenia własne

Współczynniki atrakcyjność poszczególnych lokalizacji ze względu na dany zestaw cech (atrybutów) mieszkania $x_1, x_2,\ldots,x_R$ można ustalić, porównując obliczone przy tym zestawie cech średnie cząstkowe dla poszczególnych lokalizacji:

$$(3) \qquad A_j = \frac{c_j(x_1, x_2, \ldots, x_R)}{c_{\max}(x_1, x_2, \ldots, x_R)},$$

gdzie:
$c_j(x_1,..,x_R)$ – średnia cena za m[2] mieszkania mającego atrybuty $x_1,..,x_{Ri}$ i znajdującego się w j-ym rejonie,
$c_{\max}(x_1,..,x_R) = \max_j c_j(x_1,..,x_R)$.

Przykładowo w obrębie dwóch wymienionych rejonów, oszacowania atrakcyjności lokalizacji dla niskich budynków i poszczególnych stanów technicznych wygląda następująco[5]:

Tabela 6. Atrakcyjność lokalizacji w przekroju {Typ budynku; Stan techniczny}

Budynki niskie	*standard*	*do remontu*	*po remoncie*	*komfort*	*nowe*
Rejon 4		1,000	1,000	1,000	0,795
Rejon 12	1,000	0,876	0,910		1,000

Źródło: Obliczenia własne

Omawiany sposób obliczania atrakcyjności lokalizacji jest bardzo uciążliwy rachunkowo. Często też – zwłaszcza gdy występuje wiele cech i wiele ich przekrojów – jest nieskuteczny, gdyż pojawiają się braki danych.

Najważniejsze jednak jest to, że średnie cząstkowe tak naprawdę nie określają ogólnej atrakcyjności lokalizacji danego rejonu a tylko atrakcyjność szczegółową, dotyczącą wybranego przekroju cech. Przykładowo na podstawie danych z tabeli 5 nie określimy atrakcyjności mieszkania o lokalizacji *Rejon 4*. Określimy tylko atrakcyjność położonego w danym rejonie mieszkania o danym *typie* oraz danym *stanie technicznym.*

5. PROPOZYCJA EKONOMETRYCZNEGO SZACOWANIA RENTY LOKALIZACYJNEJ

Zróżnicowanie cen mieszkań praktycznie zawsze jest pochodną zróżnicowania wielu czynników (powierzchni, typu budynku, stanu technicznego itp.), wśród których tylko jednym z wielu jest lokalizacja. Stąd też badanie atrakcyjności lokalizacji, czyli określanie swego rodzaju *renty lokalizacji*, musi być rozumiane jako określanie cząstkowego wpływu lokalizacji, przy założeniu, że na ceny mieszkań równocześnie oddziaływać może wiele czynników (a wśród nich czynniki lokalizacyjne). Taką możliwość dają modele ekonometryczne wielu zmiennych (tzw. modele regresji *wielorakiej*).

---

[5] Przykładowo wskaźnik dla mieszkań *Standard* obliczono następująco: spośród dwóch rozpatrywanych lokalizacji największa średnia cena za m[2] w budynkach {*niskich, standard*} wystąpiła na *Rejonie 12* (2213 zł).

Proponowany model – sformułowanie ogólne

Oznaczmy przez C cenę danego mieszkania a przez $X_1, X_2,..., X_K$ – czynniki określające cenę, powiedzmy: X_1 – lokalizacja, X_2 – powierzchnia, X_3 – typ budynku, X_4 – stan techniczny itd. Zakładamy, że cena danego mieszkania jest funkcją tych czynników:

$$(4) \qquad C = f(X_1, X_2, X_3,..., X_K),$$

a zmienność cen bierze się z równoczesnej zmienności wszystkich czynników (nie tylko jednego). Równanie (4) to pewien hipotetyczny model kształtowania się cen mieszkań.

W szczególności model może być liniowy:

$$(5) \qquad C = b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + ... + b_KX_K .$$

Jak wiadomo, w przypadku modelu liniowego, parametr stojący przy zmiennej X jest oszacowaniem tej zmiany zmiennej zależnej C, która wynika ze wzrostu zmiennej niezależnej X o jednostkę. W szczególności zatem, gdyby przyjąć numerację zmiennych niezależnych jak przed wzorem (4), to: parametr b_1 określa wielkość zmiany cen mieszkań na skutek zmiany lokalizacji X_1, b_2 – określa zmianę cen na wskutek zmiany powierzchni X_2 , b_3 – zmianę cen mieszkań na skutek zmiany typu budynku X_3 itd.

Oszacowanie efektu lokalizacji (i innych interesujących badacza czynników) może być więc dokonane poprzez oszacowanie odpowiedniego modelu ekonometrycznego charakteryzującego zależność cen mieszkań od czynników określających ceny, w tym – czynnika lokalizacyjnego. Ta droga jest metodologicznie i poznawczo o wiele bardziej poprawna od tradycyjnego szacowania atrakcyjności lokalizacji za pomocą średnich. I taką właśnie proponujemy[6]. Średnie wprawdzie określają zróżnicowanie cen w porównywanych lokalizacjach, ale nie uwzględniają zróżnicowania czynników w tych lokalizacjach, czyli liczone są tak, jakby cała zmienność cen zależała tylko od lokalizacji.

Wyniki estymacji

Poniżej przedstawiono wyniki estymacji modelu dla cen mieszkań 2. pokojowych na podstawie danych z firmy „Yes" dotyczących okresu od września 2003 do lutego 2005 r. Wzięto pod uwagę następujących elementy oferty mieszkaniowej:

1. lokalizację (*wyróżniono 19 rejonów*);
2. cenę (*w zł*) ;
3. powierzchnię (*w m*^{2}) ;
4. piętro (*0 – parter, 1 – pierwsze piętro*, …, 16 – szesnaste piętro.) ;
5. datę zgłoszenia oferty (*nr tygodnia począwszy od pierwszego tygodnia września 2003*), – w celu określenia (autonomicznego) trendu wzrostu cen mieszkań;

[6] O szacowaniu modeli ekonometrycznych zob. np. B.Guzik, *Ekonometria*, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 2005.

6. stan techniczny mieszkania (*standard, do remontu, po remoncie, komfort, nowe*);
7. typ budynku (*niski, wysoki, kamienica*) ;
8. wyposażenie dodatkowe (*balkon, meble*).

Cena, powierzchnia, piętro, data mają charakter ilościowy, pozostałe wielkości mają natomiast charakter jakościowy.

Wielkości jakościowe reprezentowano zmiennymi zero-jedynkowymi. Odpowiednia zmienna *zero-jedynkowa* ma wartość 1, gdy dany wariant cechy jakościowej ma miejsce, oraz wartość 0, gdy dany wariant cechy jakościowej nie ma miejsca. Przykładowo, opisując typ budynku określono trzy zmienne zero-jedynkowe: pierwsza zmienna to *budynek niski*, druga – *budynek wysoki*, trzecia – *kamienica*. Jeśli dane mieszkanie występowało w budynku niskim, to dla tego mieszkania wartość zmiennej *budynek niski* wynosi 1, a wartości zmiennych: *budynek wysoki*, *kamienica* – są zerowe. Jeśli mieszkanie występowało w budynku wysokim, to dla tego mieszkania wartości zmiennych: *budynek niski*, *kamienica* są zerowe, a wartość zmiennej *budynek wysoki* wynosi 1.

Parametry modelu oszacowano klasyczną mnk. Próbowano różne wersje autonomicznego trendu cen – liniową, kwadratową, hiperboliczną, wykładniczą, logarytmiczną. Najlepsze wyniki uzyskano dla przypadku, gdy trend był kwadratowy. Oszacowania parametrów modelu przedstawiono w formie tabelarycznej w tabeli 7.

Tabela 7. Oszacowanie parametrów modelu cen mieszkań 2. pokojowych

1.Zmienne ilościowe	*parametr*
Powierzchnia	1514
Piętro	-179
T^2	29

2. Lokalizacja	*parametr*
Inne	**8669**
Rejon 1	**14447**
Rejon 2	**20882**
Rejon 3	**10845**
Rejon 4	**11615**
Rejon 5	**10343**
Rejon 6	**17820**
Rejon 7	**9625**
Rejon 8	**17404**
Rejon 9	**10767**
Rejon 10	**17389**
Rejon 11	**9946**
Rejon 12	**11915**
Rejon 13	**16023**
Rejon 14	**19454**
Rejon 15	**0**
Rejon 16	**10714**
Rejon 17	**2396**
Rejon 18	**15317**

3. Stan techniczny	*parametr*
standard	2704
do remontu	0
po remoncie	8129
komfort	12441
nowe	37184

4. Typ	*parametr*
niski	6031
wysoki	0
kamienica	0

5. Wyposażenie	*parametr*
balkon	1639
meble	3857

Źródło: obliczenia własne

Oszacowany model można zapisać jako:

(6) $C = 1514 \cdot PO - 179{,}0 \cdot PI + 29{,}0t^2 + \{LO\} + \{ST\} + \{TP\} + \{WD\}$,

gdzie:
PO – powierzchnia mieszkania w m^2,
PI – numer piętra (0 – parter, 1 – I piętro itd.),
t – zmienna czasowa (numeruje ona kolejne tygodnie, począwszy od pierwszego tygodnia września 2003 r.,
natomiast wartości w nawiasach {} to odpowiednie liczby ze stosownej części tabeli 7:
{*LO*} – odpowiednia liczba z części 2. – *renta lokalizacyjna,*
{*ST*} – z części 3. – renta ze względu na *stan techniczny*,
{*TP*} – z części 4. – renta ze względu na *typ budynku*,
{*WD*} – z części 5. – renta ze względu na *wyposażenie dodatkowe*.

Współczynnik determinacji R^2 dla podanego modelu, jak na dane o charakterze przekrojowym, jest relatywnie wysoki i wynosi 0,901.

Interpretacja parametrów lokalizacyjnych

Oszacowanie renty lokalizacyjnej dla poszczególnych rejonów zawiera druga część tabeli 7. Są to oszacowania *relatywne* w tym sensie, że rejon najmniej ceniony ma rentę 0. Renty wyrażają więc nadwyżkę ponad rentę dla rejonu najmniej atrakcyjnego. Przykładowa interpretacja parametrów lokalizacyjnych modelu byłaby następująca:

– Oszacowano, że największą rentą lokalizacyjną (dla mieszkań 2. pokojowych) odznacza się *Rejon 2.* Tu za mieszkanie 2. pokojowe zapłacić trzeba było średnio o ok. 21 tys. zł więcej niż w *Rejonie15*. Również wysoka jest renta lokalizacyjna dla *Rejonu 14* – o 19,5 tys. zł więcej niż dla *Rejonu 15*).
– Zdecydowanie najgorzej oceniana jest lokalizacja mieszkań w *Rejonie 17* – renta lokalizacyjna tylko nieco ponad 2 tys. zł – oraz w *Rejonie15* (który z uwagi na zerową rentę lokalizacyjną jest swego rodzaju punktem odniesienia).

Atrakcyjność lokalizacji według podejścia ekonometrycznego

Dalej zakładamy, że renta lokalizacyjna jest nieujemna[7]. Atrakcyjność lokalizacji na podstawie oszacowań renty lokalizacyjnej można oceniać w różny sposób.

1. Dana lokalizacja jest bardziej atrakcyjna od innej, gdy jej dotycząca renta lokalizacyjna jest większa. Wskaźnikiem atrakcyjności lokalizacyjnej będzie wtedy iloraz renty lokalizacyjnej do maksymalnej renty lokalizacyjnej:

$$(7) \qquad A_j = \frac{l_j}{l_{\max}},$$

[7] Gdyby dla jakichś lokalizacji była ona ujemna, trzeba ją skorygować: do każdej wartości należy dodać liczbę równą (*minus*) renta minimalna)

gdzie:
l_j – renta lokalizacyjna dla rejonu j-ego,
$l_{\max} = \max_j l_j$.

2. Inny sposób szacowania atrakcyjności lokalizacji opiera się na badaniu udziału renty lokalizacyjnej w cenie mieszkania. Ta lokalizacja, dla której udział renty lokalizacyjnej w cenie jest większy, jest bardziej atrakcyjna. Wskaźnikiem atrakcyjności lokalizacji jest:

$$A_j = \frac{u_j}{u_{\max}}, \tag{8}$$

gdzie:
u_j – udział renty lokalizacyjnej w średniej cenie mieszkania w rejonie j-ym,

$$u_j = \frac{l_j}{c_j}, \qquad u_{\max} = \max_j u_j .$$

Ekonometryczne oszacowania wskaźników atrakcyjności lokalizacji poszczególnych rejonów przedstawiono w tabeli 8.

Tabela 8. Ekonometryczne oszacowanie atrakcyjności lokalizacji

Miejsce	*Atrakcyjność według kwoty renty lokalizacyjnej*		*Atrakcyjność według udziału renty w cenie*	
1	***Rejon 2***	**1.000**	***Rejon 14***	**1.000**
2	*Rejon 14*	**0,932**	*Rejon 2*	**0,893**
3	*Rejon 6*	**0,853**	*Rejon 6*	**0,878**
4	*Rejon 8*	**0,833**	*Rejon 1*	**0,843**
5	*Rejon 10*	**0,833**	*Rejon 18*	**0,827**
6	*Rejon 13*	**0,767**	*Rejon 10*	**0,788**
7	*Rejon 18*	**0,734**	*Rejon 13*	**0,785**
8	*Rejon 1*	**0,692**	*Rejon 8*	**0,733**
9	*Rejon 12*	**0,571**	*Rejon 16*	**0,669**
10	*Rejon 4*	**0,556**	*Rejon 12*	**0,657**
11	*Rejon 3*	**0,519**	*Rejon 4*	**0,604**
12	*Rejon 9*	**0,516**	*Rejon 11*	**0,593**
13	*Rejon 16*	**0,513**	*Rejon 3*	**0,546**
14	*Rejon 5*	**0,495**	*Rejon 5*	**0,540**
15	*Rejon 11*	**0,476**	*Rejon 7*	**0,521**
16	*Rejon 7*	**0,461**	*Rejon 9*	**0,422**
17	*Inne*	**0,415**	*Inne*	**0,271**
18	*Rejon 17*	**0,115**	*Rejon 17*	**0,125**
19	*Rejon 15*	**0,000**	*Rejon 15*	**0,000**

Źródła: Obliczenia własne

– Między oboma rankingami (według kwoty renty oraz według udziału renty w cenie) zachodzi duże podobieństwo, choć nie są one identyczne.
– Renta lokalizacyjna stanowi bardzo zróżnicowany odsetek średniej ceny mieszkania. Największy udział renty lokalizacyjnej ma miejsce w *Rejonie 14*. Stanowi ona tu aż 20% ceny mieszkania, czyli nabywca mieszkania w *Rejonie 14* musi mieć świadomość, że aż 20% płaconej przez niego ceny to premia „za lokalizację".

6. MULTIPLIKACJA CENY BAZOWEJ

W literaturze spotyka się różne propozycje nawiązujące do szacowania mniej lub bardziej skomplikowanego modelu matematyczno-ekonomicznego. Jedną z nich jest propozycja szacowania tzw. modelu atrybutów[8]. Lepiej jednak nazwać ten model modelem *mnożnikowym* lub modelem *multiplikacji ceny bazowej,* i tak dalej będziemy robili.

Zaadaptujemy ten model do szacowania atrakcyjności lokalizacji mieszkań. W omawianym podejściu przyjmuje się, że wartość nieruchomości (w naszym przypadku – mieszkania) wyznaczana jest przez trzy okoliczności:

(a) *powierzchnię* P,
(b) *cenę bazową*, c_0, za m^2 – którą jest cena najniższa,
(c) mnożnika N ł 1.

Nawiązujący do cytowanego podejścia model ceny mieszkania ma postać:

$$C = P \cdot (c_0 \cdot N). \tag{9}$$

Jest to iloczyn *powierzchni* mieszkania przez *kalkulowaną cenę* za m^2 równą ($c_0 \cdot S$). Cena kalkulowana jest liczona jako iloczyn *minimalnej ceny za m*^{2} przez *relatywny „narzut"* (mnożnik) *N. Mnożnik N* odzwierciedla znaczenie atrybutów mieszkania w stosunku do mieszkania z najtańszą ceną za m^2, czyli w stosunku do mieszkania „bez" wyróżniających się atrybutów.

W rozpatrywanym tu problemie atrybutami są:

1. lokalizacja (19 wariantów, bo rozpatrujemy *19 rejonów*),
2. piętro (17 wariantów; od *parteru do 16 piętra*);
3. stan techniczny mieszkania (5 wariantów – *standard, do remontu, po remoncie, komfort, nowe*);
4. typ budynku (3 warianty – *niski, wysoki, kamienica*) ;
5. wyposażenie dodatkowe (3 warianty – *balkon, meble, brak wyposażenia dodatkowego*).

Mnożnik N dla danego mieszkania określony jest jako:

$$N = (1+LO)\,(1+PI)\,(1+ST)\,(1+TY)\,(1+WD) \tag{10}$$

[8] J. Hozer, M. Zwolankowska, S. Kokot, W. Kuźmiński, *Wykorzystanie nieklasycznych modeli ekonometrycznych w szacowaniu wartości nieruchomości gruntowych,* „Przegląd Statystyczny", 2000/1–2, s. 35.

gdzie:

LO, *PI*, *ST*, *TY*, *WD* – odpowiadająca temu mieszkaniu wycena jego lokalizacji, piętra na którym się znajduje, jego stanu technicznego, jego typu budynku oraz jego wyposażenia dodatkowego. Wszystkie wyceny są nieujemne. W konsekwencji wszystkie wymienione we wzorze (10) czynniki są nie mniejsze od 1.

Wyceny poszczególnych wariantów czynników oszacowano statystycznie – klasyczną mnk – szukając takich ich wartości, przy których model (9), (10) najmniej odbiegał od danych empirycznych o analizowanych ponad 400 ofertach.

Z formalnego punktu widzenia oznaczało to szacowanie parametrów nieliniowej funkcji 47 zmiennych zero-jedynkowych dotyczących poszczególnych wariantów atrybutów. Zmienna zero-jedynkowa dotycząca określonego wariantu określonego atrybutu ma dla obserwacji dotyczącej danego mieszkania wartość 1, gdy ów wariant miał miejsce w przypadku owego mieszkania oraz wartość 0, gdy tak nie było[9]. Wyniki zawiera tabela 9.

– Nie będziemy komentować wyników, gdyż interesuje nas wyłącznie czynnik lokalizacyjny. Generalnie wydaje się, że z merytorycznego punktu widzenia wyniki są do przyjęcia.
– Dodajmy jednak, że dopasowanie oszacowanego modelu do danych jest bardzo słabe, współczynnik determinacji wynosi zaledwie 36%[10].

[9] Oznaczmy przez S_i zmienną zero-jedynkową dla i-tego wariantu danego atrybutu, a przez w_i ł 0 oznaczmy wycenę tego wariantu (i = 1,…, I). Dla celów obliczeniowych, występujący we wzorze (10) czynniki (1 + w) dotyczący danego atrybutu określony jest jako:

$$(*) \qquad w = \sum_{i=1}^{I} w_i S_i \, .$$

Wycena rozpatrywanego atrybutu w danym mieszkania jest iloczynem tych niezerowych wartości S_i, które dotyczą owego mieszkania oraz wyceny odpowiednich wariantów atrybutu, czyli – po prostu – sumie odpowiednich wycen. Np. dla czynnika lokalizacyjnego w opisywanym tu problemie szacowania atrakcyjności mieszkań:

$$w = \sum_{i=1}^{19} w_i S_i \, ;$$

dla danego mieszkania wartość jeden ma tylko ta zmienna, powiedzmy S_j, która dotyczy lokalizacji tego mieszkania, a pozostałe zmienne są zerowe;

wartość czynnika lokalizacyjnego dla danego mieszkania wynosi $w_j S_j$, czyli w_j . Np. dla mieszkania znajdującego się w *Rejonie 1* wynosi 0,269 (por. tabela 9).

W poniższym wzorze superskrypt oznacza atrybut. Model dla mnożnika N miał formę:

$$N = \underset{\textit{lokalizacja}}{\left(1 + \sum_{i=1}^{19} w_i^L S_i^L\right)} \cdot \underset{\textit{piętro}}{\left(1 + \sum_{i=1}^{17} w_i^P S_i^P\right)} \cdot \underset{\textit{stan techniczny}}{\left(1 + \sum_{i=1}^{5} w_i^{ST} S_i^{ST}\right)} \cdot \underset{\textit{typ budynku}}{\left(1 + \sum_{i=1}^{3} w_i^T S_i^T\right)} \cdot \underset{\textit{wyposażenie dodatkowe}}{\left(1 + \sum_{i=1}^{3} w_i^D S_i^D\right)}$$

[10] Warto jednak dodać, że dopasowanie modelu opartego na średnich (zawsze) wynosi 0%.

Tabela 9. Wycena atrybutów mieszkania

1. Piętro	*Wycena*
0	0,050
1	0,110
2	0,166
3	0,139
4	0,110
5	0,206
6	0,165
7	0,178
8	0,144
9	0,056
10	0,058
11	0,040
12	0,058
13	0,052
14	0,042
15	0,030
16	0,000

2. Lokalizacja	*Wycena*
Inne	0,000
Rejon 1	0,269
Rejon 2	0,034
Rejon 3	0,000
Rejon 4	0,010
Rejon 5	0,000
Rejon 6	0,287
Rejon 7	0,048
Rejon 8	0,252
Rejon 9	0,000
Rejon 10	0,108
Rejon 11	0,005
Rejon 12	0,106
Rejon 13	0,080
Rejon 14	0,166
Rejon 15	0,000
Rejon 16	0,186
Rejon 17	0,041
Rejon 18	0,192

3. Stan techniczny	*Wycena*
standard	0,061
do remontu	0,000
po remoncie	0,061
komfort	0,130
nowe	0,492

4. Typ	*Wycena*
niski	0,057
wysoki	0,000
kamienica	0,000

5.	*Wycena*
balkon	0,050
meble	0,100
brak wyposaż.	0,000

Źródło: Obliczenia własne

Wykorzystując wyceny wariantów czynnika lokalizacyjnego można zaproponować następujący miernik atrakcyjności lokalizacji:

$$A_j = \frac{w_j}{w_{\max}}, \qquad (11)$$

gdzie:
w_j – wycena j-ego wariantu czynnika lokalizacyjnego (wycena j-ej lokalizacji), $w_{\max}$ to wartość największa z tych wycen.

W omawianym tu problemie otrzymujemy wskaźniki atrakcyjności według wycen mnożnikowych, które podano w tabeli 10.

– W sensie obecnie rozpatrywanego miernika najbardziej atrakcyjną lokalizacją charakteryzuje się *Rejon 6* oraz *Rejon 1.* Najmniej atrakcyjne są rejony *4, 11; 3,5,9, 15* oraz *Inne* lokalizacje.

Tabela 10. Atrakcyjność lokalizacji według wycen mnożnikowych

Miejsce	*Rejon*	*Atrakcyjność lokalizacji*	*Miejsce*	*Rejon*	*Atrakcyjność lokalizacji*
1	*Rejon 6*	**1,000**	11	*Rejon 17*	**0,142**
2	*Rejon 1*	**0,936**	12	*Rejon 2*	**0,119**
3	*Rejon 8*	**0,879**	13	*Rejon 4*	**0,036**
4	*Rejon 18*	**0,668**	14	*Rejon 11*	**0,019**
5	*Rejon 16*	**0,647**	15	*Inne*	**0,000**
6	*Rejon 14*	**0,579**	16	*Rejon 3*	**0,000**
7	*Rejon 10*	**0,375**	17	*Rejon 5*	**0,000**
8	*Rejon 12*	**0,370**	18	*Rejon 9*	**0,000**
9	*Rejon 13*	**0,277**	19	*Rejon 15*	**0,000**
10	*Rejon 7*	**0,166**			

Źródło: Obliczenia własne

7. PORÓWNANIE WYNIKÓW OSZACOWAŃ ATRAKCYJNOŚCI LOKALIZACJI

Tabela 11. Miejsca rejonów według wskaźników atrakcyjności

Lokalizacja	*Oszacowania statystyczne*		*Oszacowania ekonometryczne*		*Oszacowania według wyceny*
	wg średniej ceny	*wg średniej ceny za m^2*	*wg kwoty renty*	*wg udziału renty lokalizacyjnej w cenie*	
Inne	1	4	17	17	15
Rejon 1	17	13	8	4	2
Rejon 2	5	3	1	2	12
Rejon 3	9	6	11	13	16
Rejon 4	11	9	10	11	13
Rejon 5	13	17	14	14	17
Rejon 6	8	11	3	3	1
Rejon 7	15	19	16	15	10
Rejon 8	4	1	4	8	3
Rejon 9	2	2	12	16	18
Rejon 10	6	5	5	6	7
Rejon 11	18	16	15	12	14
Rejon 12	16	15	9	10	8
Rejon 13	7	12	6	7	9
Rejon 14	10	7	2	1	6
Rejon 15	3	8	19	19	19
Rejon 16	19	14	13	9	5
Rejon 17	12	18	18	18	11
Rejon 18	14	10	7	5	4

Źródło: Obliczenia własne

W tabeli 11 zestawiono rangi (miejsca) poszczególnych lokalizacji w poszczególnych trzech wykorzystanych podejściach.

- Wszystkie trzy podejścia do szacowania atrakcyjności lokalizacji:
  a) statystyczne,
  b) ekonometryczne,
  c) według wyceny mnożników

  są inne.
- Najbardziej różnią się od siebie podejście ekonometryczne oraz statystyczne. Rejony, które według średnich statystycznych uznawane są za liderów, na przykład *Rejon 15*, *Inne, Rejon 9* w klasyfikacji według ekonometrycznie oszacowanej renty lokalizacyjnej (kwoty lub udziału w cenie) plasują się na końcu (*Rejon 15* – miejsce 19, *Inne* – 17, *Rejon 9* – miejsca 12 do 15). Jest też odwrotnie – rejony uznawane według średnich cen za outsiderów, według mierników ekonometrycznych są liderami (np. *Rejon 14*, *Rejon 6, Rejon 18*).

Dla syntetycznego scharakteryzowania zgodności uporządkowań wynikających z opisanych metod, w tabeli 12 podano współczynniki korelacji liniowej pomiędzy kolumnami rang zamieszczonymi w tabeli 11. Współczynnik korelacji bliski 1 oznacza, że dwa porównywane uporządkowania są prawie takie same. Współczynnik ujemny – że uporządkowania są odwrotne (tzn. jedno ranguje wysoko, a drugie nisko) – i to tym silniej im współczynnik korelacji bardziej zbliża się do –1. Wreszcie współczynnik korelacji około zera oznacza, że oba uporządkowania są względem siebie „chaotyczne”, np. niskim rangom w pierwszym z nich odpowiadają zarówno wysokie jak i niskie rangi w drugim.

Tabela 12. Korelacja uporządkowań

Metoda	*Cena mieszkania*	*Cena za m²*	***Kwota renty***	***Udział renty w cenie***	*Wycena mnożnikowa*
Cena mieszkania		0,79	**0,14**	**-0,15**	-0,34
Cena za m²	0,79		**0,44**	**0,20**	-0,08
Kwota renty	**0,14**	**0,44**		**0,92**	**0,62**
Udział renty w cenie	**-0,15**	**0,20**	**0,92**		**0,74**
Wycena mnożnikowa	-0,34	-0,08	**0,62**	**0,74**	

Źródło: Obliczenia własne

- Sugestie dotyczące atrakcyjności lokalizacyjnej rejonów mieszkaniowych oparte na metodach ekonometrycznych oraz na średnich cen są zdecydowanie różne. Korelacja między odpowiadającymi im uporządkowaniami rejonów jest, praktycznie biorąc, zerowa co znaczy, że rejony atrakcyjne według jednego podejścia, według drugiego oceniane są – średnio biorąc – jako nieatrakcyjne.
- W umiarkowanym stopniu podobne są uporządkowania według metod ekonometrycznych oraz według mnożnikowej wycen mnożnikowych – korelacja ok. 0,7. Ta niezbyt wysoka korelacja jest intrygująca, bowiem oba podejścia oparte są na tym samym materiale statystycznym i podobnej metodzie. Przypuszczalnie bardzo dużą rolę odgrywa postać modelu.

W prezentowanym tu podejściu ekonometrycznym jest to liniowa funkcja regresji, a w przypadku wyceny mnożnikowej jest to model multiplikacji ceny minimalnej.

– Najbardziej podobne, co zrozumiałe, są oceny atrakcyjności lokalizacji w obrębie danego podejścia; np. ok. 0,8 w obrębie ocen statystycznych oraz 0,9 w obrębie metod ekonometrycznych.

Którym zatem ocenom atrakcyjności lokalizacyjnej bardziej wierzyć – tradycyjnym, ekonometrycznym czy mnożnikowym? Jak się wydaje – przynajmniej na gruncie badanego problemu – odpowiedź jest oczywista:

Podejście od strony modeli ekonometrycznych oraz wyceny mnożników jest metodologicznie o wiele bardziej poprawne od tradycyjnych procedur szacowania atrakcyjności lokalizacji za pomocą średnich. Jeśli bowiem chcemy oszacować rentę lokalizacyjną, to trzeba wykluczyć wpływ innych czynników. Wtedy dopiero można ustalić „samoistny" (*ceteris paribus*) wpływ lokalizacji na cenę mieszkania. Modele ekonometryczne i mnożniki atrybutów, w odróżnieniu od podejść tradycyjnych opartych na obliczaniu średnich, to właśnie umożliwiają. Za ich pomocą można bowiem oszacować *cząstkowe* wpływy poszczególnych czynników na zmienną zależną.

Na tle badanego problemu stwierdzić jednak można, że podejście od strony wyceny mnożników jest gorsze od podejścia ekonometrycznego. Dopasowanie modelu ekonometrycznego było bowiem równe 90%, podczas gdy dopasowanie modelu multiplikacji ceny minimalnej wyniosło zaledwie 32% . Przypuszczać należy, iż podobnie będzie w znakomitej większości przypadków empirycznych. Model multiplikacji ceny minimalnej ma bowiem bardzo krępującą i szczególną postać iloczynową.

Tak więc polecać należy metody ekonometryczne. Są one niby trudniejsze[11] od metod tradycyjnych, ale za to pozwalają one odpowiadać na postawione pytania.

9. PODSUMOWANIE

Stosując proponowany, ekonometryczny sposób szacowania atrakcyjności lokalizacji na podstawie parametrów modelu cen mieszkań pamiętać trzeba, że poprawność oszacowań parametrów modelu zależy – przede wszystkim – od „jakości" listy zmiennych objaśniających modelu. Lista ta musi być <u>merytorycznie poprawna</u> i <u>odpowiednio szeroka</u>, abyśmy mieli przekonanie, że zawiera ona wszystkie (lub prawie wszystkie) czynniki kształtujące ceny mieszkań. Dopiero wtedy można mówić, że parametry modelu stojące przy zmiennych „lokalizacyjnych" rzeczywiście są wiarogodnymi oszacowaniami wpływu lokalizacji. Jeśli tych czynników będzie mało, na przykład będę to tylko zmienne

[11] Choć przy obecnym rozwoju techniki obliczeniowej, większy stopień komplikacji modeli ekonometrycznych jest praktycznie bez znaczenia.

lokalizacyjne i typ budynku, to ekonometryczne oszacowanie modelu przypisze całą zmienność cen tylko tym właśnie dwóm czynnikom. Stąd oszacowanie parametrów lokalizacyjnych może okazać się przesadne, podobnie jak przesadne jest obliczanie atrakcyjności lokalizacji na podstawie średnich.

Jest zrozumiałe, że praktycznie wszystko to, co powiedziano o metodach szacowania atrakcyjności lokalizacji mieszkań, po dokonaniu odpowiednich modyfikacji, odnosić się też będzie do innych typów nieruchomości, np. działek budowlanych.

BIBLIOGRAFIA

Wycena nieruchomości, Warszawa 2005 nr 51.

Chromińska M., Ignatczyk W., *Statystyka. Teoria i zastosowanie*, Wyd. WSB w Poznaniu, Poznań 2004.

Guzik B., *Ekonometria,* Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 2005.

Hozer J., Zwolankowska M., Kokot S. , Kuźmiński W., *Wykorzystanie nieklasycznych modeli ekonometrycznych w szacowaniu wartości nieruchomości gruntowych,* „Przegląd Statystyczny", Warszawa 2000, nr 1/2.

STATISTICAL METHODS FOR ESTIMATING THE ATTRACTIVENESS OF APARTMENTS LOCATION

Summary: The article presents three fundamental approaches (with empirical example based on more than 400 observations) of estimation of the apartments location attractiveness. First one (statistical) is based on average prices of property or average prices of m^2. Second one (econometric) uses multidimensional econometric models for the property prices. The variables in such models concern both location and other property attributes: technical condition, apartments area, etc. Third approach, which is called the multiplication of minimal price is similar to the econometric approach. The price depends on many factors and it is estimated as a product of the minimal price and one of the variables mentioned above (especially location variables). The best results of the empirical example were obtained using the econometric approach.

Keywords: location attractiveness, econometric estimation

Prof. dr hab. B. Guzik
Akademia Ekonomiczna w Poznaniu
Katedra Ekonometrii
al. Niepodległości 10
60-967 Poznań
email: b.guzik@ae.poznan.pl