

**BOGUSŁAW GUZIK**

## **EMPIRYCZNE SZACOWANIE ZALEŻNOŚCI EKONOMICZNYCH**

**Streszczenie:** Artykuł zawiera dyskusję typowych, najczęściej spotykanych, podejść do badania empirycznych związków między wielkościami gospodarczymi. W szczególności przedyskutowano w nim możliwości i ograniczenia powszechnie stosowanych przez ekonomistów narzędzi analizy ilościowej – analizy korelacji oraz funkcji regresji jednej zmiennej. Wskazano na metodologiczną niekompletność tych podejść. W związku z tym zaproponowano inne podejście polegające na badaniu *pojedynczych* zależności gospodarczych na podstawie odpowiednio skonstruowanych *wieloczynnikowych modeli ekonomicznych*. Nawiązano do podstawowych postulatów podejścia ekonometrycznego i niekiedy je zmodyfikowano. Rozważania ilustrowano przykładem dotyczącym estymacji funkcji popytu.

**Słowa kluczowe:** zależności ekonomiczne, estymacja, wieloczynnikowe modele ekonomiczne

### **1. WSTĘP**

Teorie ekonomiczne, zwłaszcza w ich ujęciu podręcznikowym, zazwyczaj dotyczą sytuacji, gdy rozważa się wpływ pojedynczej zmiennej niezależnej na pewną zmienną zależną. Podręczniki mikroekonomii i makroekonomii są pełne przykładów tego typu. Analizuje się na przykład zależność<sup>1</sup>:

- popytu od dochodu,
- kosztów jednostkowych od skali produkcji,
- wydajności od technicznego uzbrojenia pracy,
- rentowności od płynności,

---

<sup>1</sup> Np. D. Begg, S. Fischer, R. Dornbush, *Makroekonomia*, PWE, Warszawa 1998; H.R. Varian, *Mikroekonomia*, PWN, Warszawa 1995; D. Romer *Makroekonomia dla zaawansowanych*, PWN, Warszawa 2000.

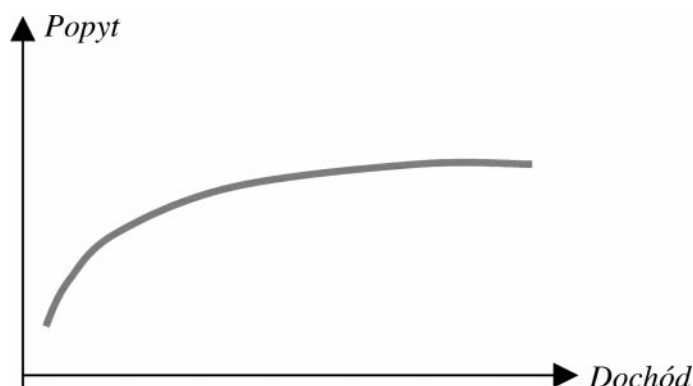
- stopy bezrobocia od stopy inflacji,
- płacy od zatrudnienia,
- deficytu budżetowego od stopy inflacji,
- produktu krajowego od stopy procentowej.

Powód takiego stanu rzeczy wydaje się oczywisty: łatwiej analizować zależność zmiennej zależnej (objaśnianej)  $Y$  tylko od jednej zmiennej niezależnej (objaśniającej)  $X$ . Po wtóre można taką zależność zilustrować na wykresie płaskim, co ma ważny walor dydaktyczny i eksplanacyjny.

Dopóki stoimy na gruncie teorii, ujęcie takie jest dopuszczalne. Rozpatrywanie zależności zmiennej objaśnianej od pojedynczej zmiennej objaśniającej jest bowiem możliwe zarówno wtedy, gdy zmienna objaśniana:

- 1) zależy tylko od jednej zmiennej objaśniającej  $X$  (*model jednoczynnikowy*), jak i wtedy, gdy
- 2) zależy ona od kilku czy kilkunastu zmiennych objaśniających (*model wieloczynnikowy*), wśród których jedną z wielu jest badana zmienna  $X$ .

Przykładowo, jeśli wypowiadamy tzw. prawo Engla, że *popyt zależy od dochodu i w przypadku dóbr podstawowych rośnie coraz wolniej względem dochodu* (rys.1), to wypowiedź taka nie budzi zastrzeżeń. Niezależnie bowiem od tego, czy popyt na dane dobro podstawowe zależy tylko od dochodu, czy też od dochodu i cen, czy też i od dochodu, i od cen, i od cen dóbr konkurencyjnych itd., w „normalnej” sytuacji przebieg popytu na dobro podstawowe względem dochodu (*ceteris paribus*) jest taki jak na rys. 1.



**Rys. 1. Popyt na dobra podstawowe**

Źródło: Opracowanie własne

Trzeba tylko zwracać uwagę na adekwatność sformułowań: zamiast powszechnego zwrotu typu „*popyt rośnie coraz wolniej, gdy dochód wzrasta*” należy raczej użyć zwrotu typu „*popyt rośnie coraz wolniej względem dochodu*”, albo zwrotu „*popyt rośnie coraz wolniej, gdy dochód wzrasta ceteris paribus*”, albo nawet zwrotu „*ta część popytu, która zależy od dochodu rośnie coraz wolniej w miarę wzrostu dochodu*”, które to sformułowania bardziej precyzyjnie określają, to co jest analizowane: mianowicie *cząstkowy* wpływ dochodu na popyt.

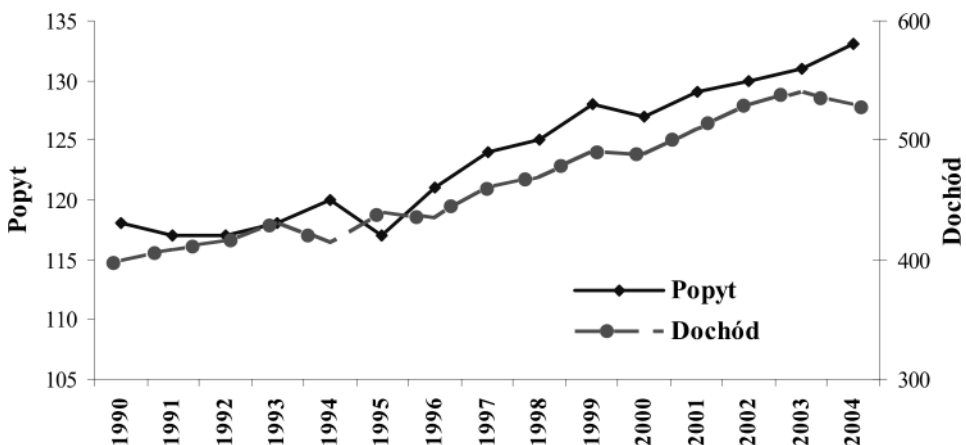
Poważne problemy metodologiczne pojawiają się jednak przy próbach empirycznej weryfikacji takich teorii lub próbach empirycznego szacowania wpływu zmiennej niezależnej na zmienną zależną. Otóż zbyt często takie „jednowymiarowe” idealizacje o zależności zmiennej Y od jednego X traktuje się zbyt dosłownie, jako modele jednoczynnikowe. W konsekwencji szacowanie wpływu zmiennej X na zmienną Y opierają na modelu jednoczynnikowym:  $Y = f(X)$ , podczas gdy tak naprawdę jest to tylko część zależności wieloczynnikowej a nie cały model.

W całym artykule, poza wyraźnie omówionymi wyjątkami, rozpatruje się modele liniowe, co uczyniono wyłącznie z wygody, i co nie zmienia istoty problemu.

Rozważania będą ilustrowane przykładami dotyczącymi zależności popytu od jego czynników. Poglądy teoretyków i praktyków na temat związków między popytem a jego czynnikami są chyba całkowicie ustalone i dlatego na tle takiej klasycznej problematyki łatwiej będzie wyjaśnić wątpliwości i przedstawić uwagi krytyczne. Dodatkowo, ponieważ w chwili obecnej uwaga ekonomistów skoncentrowana jest raczej na innych problemach badawczych (np. finansowych), przykłady z zakresu klasycznej teorii popytu nie grożą personifikowaniem dyskusji i krytyki.

## 2. USTALENIE RELACJI EKONOMICZNYCH NA PODSTAWIE WYKRESÓW

Tradycyjny, stosowany przez wielu ekonomistów, sposób badania zależności dwóch wielkości sprowadza się do przedstawienia odpowiednich danych statystycznych na jednym wykresie i określeniu zależności „na oko”. Przykładowo na rys. 2 pokazano kształtowanie się *Popytu* na pewne dobro podstawowe (sztuk



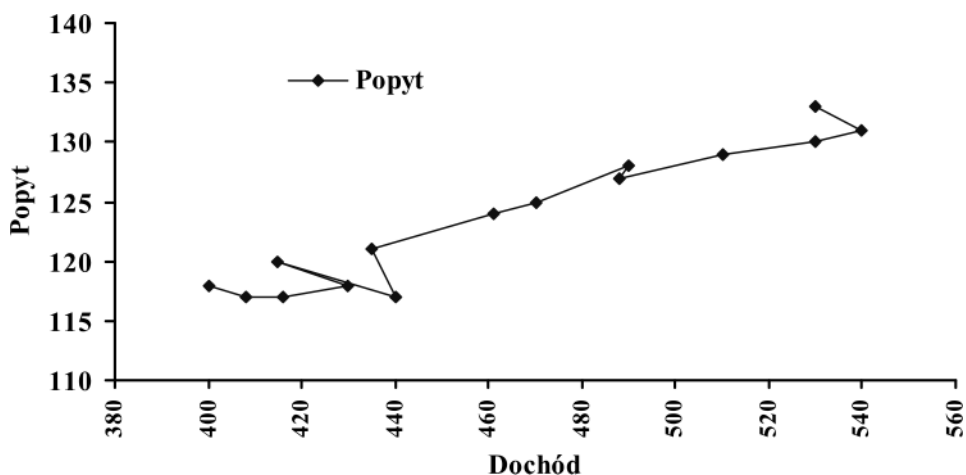
Rys. 2. Zmiany popytu i dochodów w latach 1990–2004

Źródło: Obliczenia własne

miesięcznie) oraz *Dochodów* (zł średnio na miesiąc) w latach 1990–2004. Oś lewa dotyczy *Popytu* a prawa oś dotyczy *Dochodów*.

Na podstawie tego rysunku wielu analityków uznałoby, że ma miejsce zależność popytu od dochodu i że jest to zależność pozytywna. Wniosek ten budzi jednak zastrzeżenia, gdyż cała zmienność zmiennej zależnej przypisana została tylko jednej zmiennej niezależnej. Wrócimy do tego w dalszej części artykułu, gdyż jest to kwestia ogólniejsza.

Zamiast rysunków podanego typu (tzw. rysunków „liniowych”<sup>2</sup>), na których na osi odciętych odkłada się czas (a ogólniej – numery obserwacji), a na osi rzędnych – wartości porównywanych szeregów, można zastosować też rysunki tzw. „punktowe”, w których każda oś dotyczy innego szeregu. Taki przykład podano na rys. 3. Punkt empiryczny określa wielkość dochodu ( $X$ ) oraz wielkość popytu ( $Y$ ) w danym roku.



**Rys. 3. Popyt versus dochód w latach 1990–2004**

Źródło: Obliczenia własne

Wnioski są, oczywiście, takie same jak na podstawie rys. 2. Przebieg popytu względem dochodu jest – generalnie biorąc – rosnący i dlatego można przyjąć, że tendencje kształtowania się popytu i dochodów są podobne.

Ustalanie charakteru powiązań wielkości gospodarczych tylko na podstawie wykresów jest bardzo subiektywne. Na tym samym rysunku jeden analityk dopatry się związku silnego, inny słabego, a jeszcze inny – żadnego. Może być wreszcie tak, że przy bardzo niestabilnych przebiegach jeden będzie twierdził, że powiązanie jest rosnące, drugi zaś – że jest malejące. Czytanie wykresów wymaga sporych umiejętności, a ponadto jest procedurą niejednoznaczną.

<sup>2</sup> Terminologia zapożyczona z powszechnie stosowanego arkusza kalkulacyjnego *Excel*.

### 3. ZASTOSOWANIA WSPÓŁCZYNNIKA KORELACJI

Jest oczywiste, że zamiast analizy wykresów wygodniej byłoby zgodność przebiegów porównywanych wielkości scharakteryzować jedną liczbą, i to – najlepiej – unormowaną, czyli przyjmującą wartości z określonego przedziału. W ekonomii najbardziej znanym i stosowanym wskaźnikiem relacji między szeregami danych dwóch wielkości jest klasyczny współczynnik korelacji dwóch zmiennych Pearsona. Jest on powszechnie używany, co zwalnia z omawiania jego podstawowych własności<sup>3</sup>.

Wartość współczynnika korelacji jest jednak różnie interpretowana, niekiedy ostrożnie – jako wskaźnik podobieństwa tendencji zmian porównywanych wielkości, ale niekiedy bardzo silnie – jako miara powiązania badanych wielkości lub wręcz nawet jako miara zależności. W każdym razie powszechność używania współczynnika korelacji w ekonomii prowadzi czasami do swoistych „nadużyć” metodologicznych, co omówimy w dalszym ciągu artykułu.

#### 3.1. MIERZENIE ZALEŻNOŚCI ZA POMOCĄ KORELACJI

Powiedzmy, że należy ilościowo określić zależność zmiennej  $Y$  od zmiennej  $X$ <sup>4</sup>. W ekonomii ilościowej postępowanie jest tu niemal szablonowe: liczy się współczynnik korelacji między szeregami danych obu wielkości i przyjmuje się, że ten współczynnik jest wskaźnikiem siły zależności (powiązania) zmiennej  $Y$  od zmiennej  $X$ <sup>5</sup>. Przykładowo, dla przedstawionych na rys. 2 danych o popycie i dochodach, współczynnik korelacji wynosi  $r = 0,95$ . Wielu autorów prac empirycznych zinterpretowałaby ten wynik jako sugestię, że między popytem a dochodami zachodził silny związek dodatni oraz jako sugestię, że wzrost dochodów powodował wyraźny wzrost popytu.

Z metodologicznego punktu widzenia są to jednak stwierdzenia zbyt silne i nieuprawnione. Otóż zwykły współczynnik korelacji liniowej może być uznany za wskaźnik siły zależności między zmienną  $Y$  (np. popyt) a zmienną  $X$  (np. dochody) tylko wtedy, gdy jednocześnie:

1. zmienna  $X$  rzeczywiście jest czynnikiem kształtującym zmienną  $Y$ , a więc gdy gruntownie zweryfikowana teoria i powszechne przekonanie profesjonalistów wskazują, że  $Y$  zależy od  $X$ , co znaczy, że  $X$  jest przyczyną a  $Y$  – skutkiem;

<sup>3</sup> Własności współczynnika korelacji są przedstawiane praktycznie w każdym podręczniku statystyki, na przykład: A. Aczel, *Statystyka w zarządzaniu. Pełny wykład*, WN PWN, Warszawa 2000; r. 10; J. Paradysz (red.), *Statystyka*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2005, r. 4; M. Chromińska, W. Ignatczyk, *Statystyka*, Wyd. WSB w Poznaniu, Poznań 2004, s. 170.

<sup>4</sup> Niektóre przykłady podano na początku artykułu.

<sup>5</sup> Wprawdzie współczynnik korelacji liniowej Pearsona między  $Y$  a  $X$  jest taki sam jak między  $X$  a  $Y$ , jednak ekonomista musi rozstrzygnąć, co od czego zależy, a więc musi określić, co jest zmienną zależną a co zmienną niezależną. Ekonomista może interpretować tylko współczynnik korelacji między  $Y$  a  $X$ .

2. zmienna  $X$  jest jedynym czynnikiem oddziałującym na  $Y$  lub też w zmiennej  $X$  odzwierciedlają się wszystkie czynniki kształtujące zmienną  $Y$ <sup>6</sup>;
3. zależność między zmienną  $Y$  a zmienną  $X$  jest liniowa.

Tylko w tym przypadku obliczanie standardowych (pearsonowskich) współczynników korelacji można byłoby z całkowitym przekonaniem potraktować jako odgadywanie siły zależności tych zmiennych. Jeśli jednak któryś z podanych trzech warunków nie jest spełniony, „przyczynowo-skutkowa” interpretacja współczynnika korelacji jako miernika siły zależności nie jest uzasadniona. To samo dotyczy też interpretacji wykresów tzw. „empirycznej zależności”, takich jak w paragrafie poprzednim.

W praktyce prawie zawsze nie jest spełniony warunek drugi, gdyż wielkości ekonomiczne zależą na ogół od więcej niż jednej zmiennej niezależnej. Podważa to wiele badań empirycznych, które oparte są na obliczaniu zwykłych współczynników korelacji, nawet jeśli zależność jest przyczynowo-skutkowa oraz liniowa. Współczynnik korelacji uznawany jest bowiem „na wyrost”, jako miernik siły zależności, podczas gdy określa on jedynie czysto statystyczne podobieństwo kształtowania się zbiorów danych<sup>7</sup>.

Dodajmy, że spotyka się też stwierdzenia całkowicie negujące przydatność współczynnika korelacji, np. poglądy takie, że „korelacja to nie zależność”, że „mierzenie korelacji nie jest mierzeniem zależności”. Z tak daleko idącym poglądem też się nie zgadzamy. W pewnych szczególnych przypadkach (zob. założenia 1,2,3 powyżej) współczynnik korelacji jest miernikiem zależności.

### 3.2. MIERZENIE ZHARMONIZOWANIA WZROSTU

Współczynniki korelacji nadaje się różne interpretacje. Pomijając (poprawną) tautologię, że „współczynnik korelacji mierzy zależność korelacyjną”<sup>8</sup> oraz (poprawne) czysto matematyczne spojrzenie na współczynnik korelacji jako na „parametr populacji wielowymiarowej”<sup>9</sup> czy jako na „miarę podobieństwa dwóch zbiorów liczb”<sup>10</sup>, w zasadzie pozostaje tylko jedna, mająca naturę ekonomiczną,

<sup>6</sup> Pomijając – oczywiście – ewentualne wahania autentycznie losowe. Postulat 2. w słabszej wersji można byłoby sformułować jako żądanie, że zmienna  $X$  jest, z merytorycznego punktu widzenia, zmienną zdecydowanie dominującą nad pozostałymi (na przykład znaczenie  $X$  dla kształtowania się  $Y$  jest 10-krotnie większe od znaczenia wszystkich pozostałych zmiennych).

<sup>7</sup> I jest to podobieństwo liniowe. Uzyskanie zerowego współczynnika korelacji nie oznacza, że między badanymi zmiennymi nie ma żadnego związku. Można pokazać przykłady zerowego współczynnika korelacji, gdy zależność między  $Y$  a  $X$  jest funkcyjna.

<sup>8</sup> Np. W. Ignatczyk, M. Chromińska, *Statystyka. Teoria i zastosowania*, Wyd. WSB w Poznaniu, Poznań 2004, s. 165

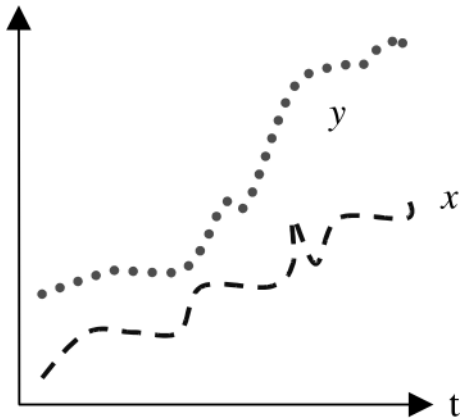
<sup>9</sup> Np. M. Fisz, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1967, s. 98; Z. Pawłowski, *Wstęp do statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1969, s. 101

<sup>10</sup> Por. np. Z. Czerwiński, *Moje zmagania z ekonomią*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2002, s. 398–399

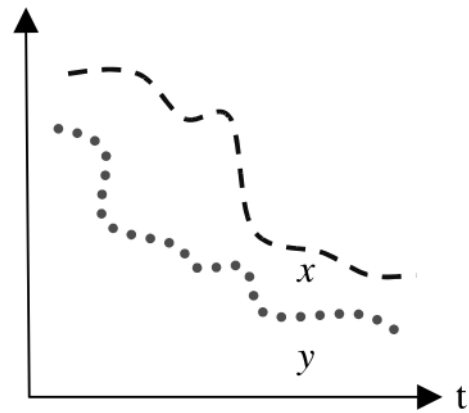
interpretacja współczynnika korelacji, mianowicie interpretacja jako miernika podobieństwa kierunku zmian:

Jeśli porównywane wielkości notowane są w kolejnych momentach czasu, to współczynnik korelacji może służyć do mierzenia podobieństwa *tendencji zmian* porównywanych wielkości, czyli do mierzenia tzw. podobieństwa kierunku tych wielkości albo – jeszcze inaczej – do określania stopnia *zharmonizowania* obu przebiegów.

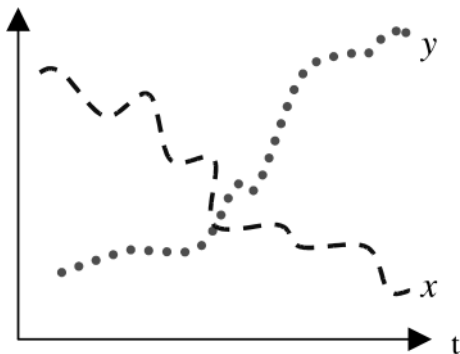
Dodatni współczynnik korelacji oznacza, że obie porównywane wielkości charakteryzowały się podobnymi tendencjami zmian, czyli że wzrostowi jednej towarzyszył – średnio biorąc – wzrost drugiej wielkości (rys. 4) lub że spadkowi jednej towarzyszył spadek drugiej (rys. 5), a więc że oba przebiegi były zharmonizowane. Im dodatni współczynnik korelacji jest bliższy  $+1$ , tym większe jest podobieństwo kierunku zmian.



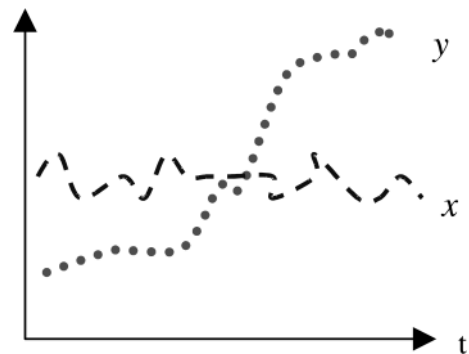
Rys. 4. Przebiegi skorelowane dodatnio (I)  
Źródło: Opracowanie własne



Rys. 5. Przebiegi skorelowane dodatnio (II)  
Źródło: Opracowanie własne



Rys. 6. Przebiegi skorelowane ujemnie  
Źródło: Opracowanie własne

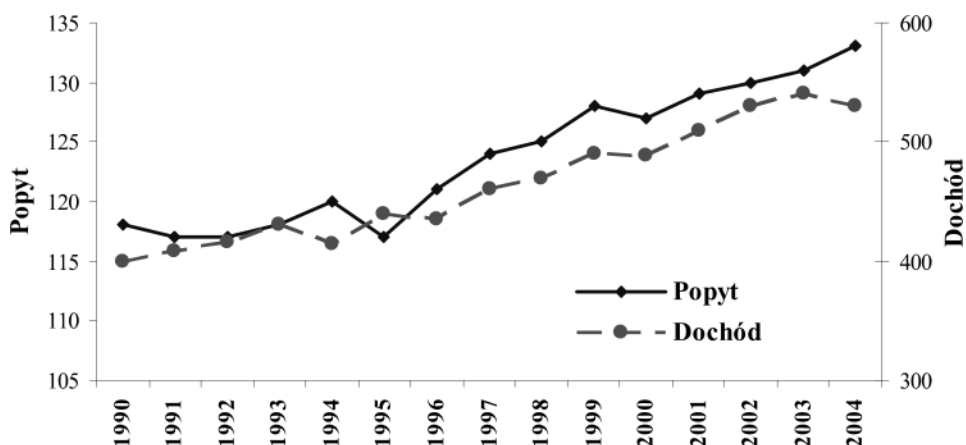


Rys. 7. Przebiegi skorelowane bardzo słabo  
Źródło: Opracowanie własne

Ujemny współczynnik korelacji wystąpi natomiast wtedy, gdy tendencje zmian obu porównywanych wielkości były niepodobne: jedna rosła a druga malała (rys. 6), czyli gdy oba przebiegi były niezharmonizowane. Im współczynnik korelacji jest bliższy  $-1$ , tym niepodobieństwo kierunku zmian (niezharmonizowanie) jest coraz większe.

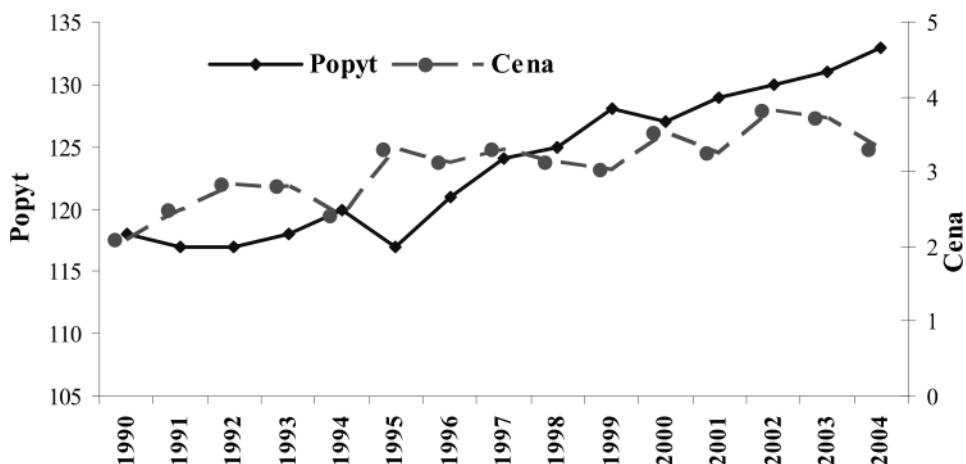
Zerowa wartość współczynnika korelacji oznacza, że – średnio biorąc – zmianom jednej wielkości nie towarzyszyły zmiany drugiej wielkości (rys. 7).

Na rys. 8 jeszcze raz przytoczono informacje o kształtowaniu się popytu (w sztukach) i dochodu (w zł średnio na miesiąc), a na rys. 9 podano informacje o popycie i cenach dobra (zł).



**Rys. 8. Popytu i dochód w latach 1990–2004**

Źródło: Obliczenia własne



**Rys. 9. Popyt i ceny w latach 1990–2004**

Źródło: Obliczenia własne



Dla tych danych otrzymano następujące współczynniki korelacji:

korelacja (*Popyt, Dochody*) = + 0,95,

korelacja (*Popyt, Ceny*) = + 0,70.

Interpretując tradycyjnie te współczynniki korelacji, wyrażono by pogląd, że:

- popyt zależy silnie od dochodu;
- skutkiem wzrostu cen jest wyraźny wzrost (!) popytu.

To drugie jest nonsensem i budzi oczywiste kontrowersje i zastrzeżenia: albo sformułowany wniosek empiryczny jest błędny, albo dotychczasowa teoria jest fałszywa. Na szczęście sprawa nie jest aż tak groźna i zasadnicza, i nie wymaga ani rewizji wyniku empirycznego, ani rewizji utrwalonych poglądów. Wymaga natomiast wyraźnej interpretacji możliwości i ograniczeń badań opartych na badaniu korelacji i modeli jednoczynnikowych.

Przede wszystkim – o czym już kilkakrotnie mówiono – trzeba przyjąć, że współczynnik korelacji – o ile zależność jest wieloczynnikowa, nie może być miernikiem stopnia zależności zmiennej *Y* od pojedynczej zmiennej objaśniającej. Co najwyżej jest wskaźnikiem zgodności kierunku zmian badanych wielkości, czyli ich zharmonizowania. Dlatego też prezentowane wyniki należy zinterpretować następująco:

- Tendencje zmian *Popytu* i *Dochodów* w latach 1990–2004 były bardzo do siebie podobne, a zmiany popytu i dochodów były w silnym stopniu zharmonizowane (korelacja była dodatnia silna, +0,95).
- Również kierunki zmian *Popytu* i *Cen dobra* były podobne, chociaż w stopniu wyraźnie słabszym – współczynnik korelacji wyniósł ok. 0,70.

Ekwiwalentna interpretacja uzyskanych wyników jest następująca:

- W latach 1990–2004 rosnącym dochodom *towarzyszył* wyraźnie rosnący popyt.
- Rosnącym cenom w latach 1990–2004 towarzyszył umiarkowanie rosnący popyt.

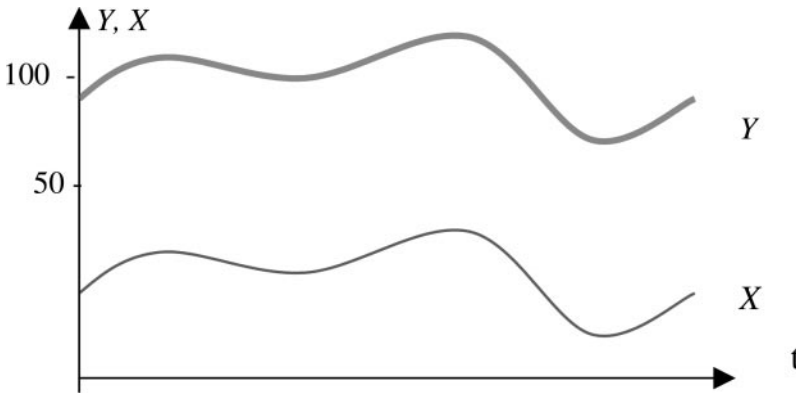
Zauważmy, że obecna terminologia jest inna niż w poprzednim punkcie. Obecnie nie mówimy o tym, że jedna wielkość „zależy” od drugiej, albo że jedna wielkość „oddziałuje” na drugą, albo że zmiany obu wielkości są ze sobą „powiązane”. Mówimy natomiast mniej zobowiązująco: że zmianom jednej wielkości „towarzyszyły” określone zmiany drugiej wielkości lub mówimy, że zmiany obu wielkości były „zharmonizowane”. Tylko do takich, nieco nieokreślonych, sformułowań upoważnia interpretacja współczynnika korelacji. W naszym przykładzie unikamy wtedy pułapki interpretowania dodatniej korelacji między popytem a dochodami jako sugestii, że wzrost cen oddziałuje wzrostowo na popyt. Może się zdarzyć, i zdarza się często, że rosną i ceny, i dochody, i popyt. Wzrostowi popytu towarzyszy wtedy wzrost cen; nie znaczy to jednak, iż ceny oddziałują dodatnio na popyt.

### 3.3. MIERZENIE PODOBIENSTWA POZIOMU

Niekiedy współczynnik korelacji wykorzystuje się do badania podobieństwa poziomemu. Przykładowo na tej podstawie starają się niektórzy określić, czy w dwóch

krajach podobny jest produkt krajowy brutto na 1 mieszkańca, albo czy podobna jest rentowność i płynność, albo czy stopa depozytowa w banku jest podobna do stopy referencyjnej banku centralnego.

Korzystanie ze współczynnika korelacji w charakterze miernika podobieństwa poziomego porównywanych wielkości jest jednak błędne, gdyż współczynnik ten mierzy tylko podobieństwo kierunku zmian. Zbiory danych dla dwóch wielkości mogą być bardzo podobne pod względem tendencji zmian (czyli współczynnika korelacji), a jednocześnie mogą być bardzo niepodobne pod względem poziomu. Ilustruje to rys. 10.

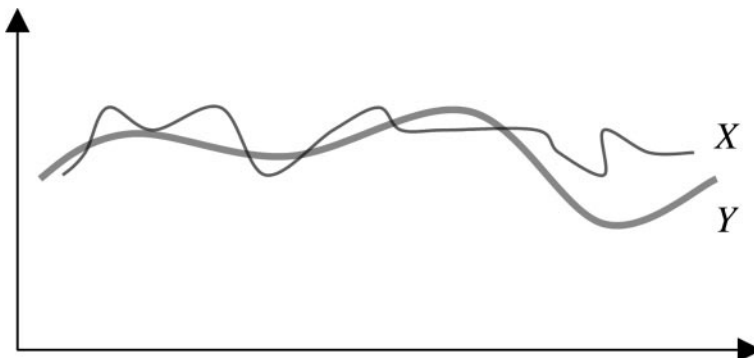


**Rys. 10. Podobieństwo kierunku, niepodobieństwo poziomu**

*Źródło:* opracowanie własne

Współczynnik korelacji wynosi tu 1, gdyż oba przebiegi są równoległe, natomiast podobieństwo poziomu jest bardzo małe. Szereg Y to wartości rzędu 100, szereg X to wartości ok. 20.

Może też być odwrotnie: zachodzi znaczne podobieństwo poziomu, natomiast podobieństwo kierunku jest niewielkie (zob. rys. 11).



**Rys. 11. Podobieństwo poziomu, niepodobieństwo kierunku**

*Źródło:* opracowanie własne

#### 4. MODEL REGRESJI JEDNEJ ZMIENNEJ

Badanie zależności (powiązań) między zmienną objaśnianą  $Y$  a zmienną objaśniającą  $X$  dokonywane jest niekiedy na podstawie modeli jednoczynnikowych. W szczególności mogą to być modele liniowe:

$$(1) \quad \hat{Y} = aX + b \quad (\hat{Y} - \text{oczekiwany (teoretyczny) poziom zmiennej } Y).$$

Współczynnik kierunkowy takiej zależności (oznaczony tu przez  $a$ ) określa oczekiwaną (średnią) zmianę zmiennej  $Y$  wywołaną wzrostem zmiennej  $X$  o jednostkę, natomiast wyraz wolny ( $b$ ) określa oczekiwany poziom  $Y$ , gdy zmienna  $X$  ma wartość zero. W wielu wypadkach można wyraz wolny interpretować jako minimalny, niezależny od  $X$ , poziom zmiennej  $Y$ <sup>11</sup>.

Dla badanych wcześniej przebiegów popytu  $P$  oraz dochodów ( $D$ ) i cen dobra ( $C$ ) w latach 1990–2004 otrzymano po zastosowaniu klasycznej mnk<sup>12</sup> liniowe równania regresji:

$$(I) \quad \hat{P} = 0,117 D + 69,1; \quad (II) \quad \hat{P} = 8,59 C + 97,1.$$

Mieszcząca się w tradycyjnym nurcie interpretacja tych równań byłaby następująca:

- Oszacowano, że w wzrost (miesięcznego) dochodu o 1 zł wywołuje wzrost (miesięcznego) popytu średnio 0,117 szt.
- Oszacowano też, że wzrost ceny dobra o 1 zł pociąga za sobą wzrost(!) miesięcznego popytu o 8,59 szt.

Druga interpretacja jest błędna merytorycznie a obie są błędne metodologicznie. Powody tego stanu rzeczy omówiono powyżej. Chodzi o to, że warunkiem koniecznym poprawności interpretacji przyczynowo-skutkowej jest to, aby zmienna  $X$  była jedynym czynnikiem wpływającym na popyt  $Y$ . Oczywiście tak nie jest. Uprawnione (co najwyżej) jest natomiast interpretowanie współczynnika kierunkowego modelu (1) jako wskaźnika określającego, jaka zmiana zmiennej  $Y$  towarzyszyła wzrostowi zmiennej  $X$  o jednostkę. Tak więc podane wyniki można zinterpretować następująco: Oszacowano, że

- wzrostowi dochodu o 1 zł towarzyszył wzrost popytu średnio o 0,117 sztuki,
- wzrostowi ceny o 1 zł towarzyszył wzrost popytu średnio o 8,59 zł miesięcznie.

#### 5. SZACOWANIE WPŁYWU NA PODSTAWIE PRZYRÓSTÓW

Szacowanie modeli ekonometrycznych przez niektórych badaczy uznawane jest za kłopotliwe i dlatego wpływ jednej wielkości na inną szacują oni poprzez

<sup>11</sup> Np. jako minimalny, niezależny od wielkości dochodu, poziom spożycia w modelu popytu; jako minimalny, niezależny od skali produkcji, poziom kosztów w modelu kosztów globalnych.

<sup>12</sup> Kmnk = klasyczna metoda najmniejszych kwadratów

porównywanie przyrostów. Przykładowo popyt oraz dochody w latach 2003 oraz 2004 r. były następujące:

**Tabela 1. Popyt i dochody w 2002 i 2003 r. (w zł)**

Wyszczególnienie	<i>Popyt</i>	<i>Dochody</i>
2002	130	530
2003	131	540
<i>przyrost</i>	1	10

Źródło: Dane umowne

Porównując przyrosty obu wielkości otrzymujemy, że między 2002 a 2003 r. na jednostkowy przyrost dochodu przypadał wzrost popytu o + 0,1.<sup>13</sup> Niektórzy badacze zinterpretowaliby podany wynik jako sugestię, że między 2002 a 2003 r. wzrostowi dochodu o 1 zł odpowiadał wzrost popytu o 0,1 zł. Taka interpretacja jest jednak błędna z powodów podanych powyżej (*Y* na ogół zależy od wielu zmiennych niezależnych a nie od jednej).

## **6. SZACOWANIE MIAR WPŁYwu NA PODSTAWIE PRZYROSTU WIELU ZMIENNYCH**

Z uwagi na – ogólnie biorąc – błędność podejścia jednowymiarowego można byłoby sugerować przyrównywanie przyrostu zmiennej zależnej do przyrostów poszczególnych zmiennych niezależnych i określanie na tej podstawie wpływu poszczególnych czynników.

Przykładowo, w tabeli 2 podano informacje na temat kształtowania się miesięcznego popytu (sztuki), dochodów (zł miesięcznie), cen dobra (zł) oraz indeksu cen dóbr konkurencyjnych w roku 2000 oraz 2004 (w jednostkach równych 100%).

**Tabela 2. Popyt i czynniki go określające w 2000 oraz 2004 r. (w zł)**

<i>Lata</i>	<i>Popyt</i>	<i>Dochody</i>	<i>Cena dobra</i>	Indeks cen dóbr konkurencyjnych
2000	127	488	3,52	1,3
2004	133	530	3,30	1,5
<i>przyrost</i>	+6	+44	- 0,22	+0,2
<i>iloraz ΔY/ΔX</i>		+0,1364	- 27,272	+30

Źródło: Obliczenia własne

<sup>13</sup> Uogólnieniem byłoby szacowanie wskaźnika wpływu jako średniej z większej liczby takich ilorazów, na przykład z ilorazów dotyczących rocznych (lub wieloletnich) zmian w latach 1995–2004.

Próbując oszacować wpływ poszczególnych czynników na zmianę popytu poprzez przy-równanie przyrostu  $Y$  do przyrostu  $X$  i dokonując standardowej interpretacji owych ilorazów, powiedziano by, że:

- wzrost dochodów o 1 zł pociąga za sobą wzrost popytu o 0,136 szt.;
- wzrost cen dobra o 1 zł wywołuje spadek miesięcznego popytu o 27,3 szt.;
- wzrost indeksu cen dóbr konkurencyjnych o 100 p.p skutkuje wzrostem popytu 30 szt.

Taki sposób ustalania wpływu poszczególnych zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą jest jednak błędny i niewłaściwy. Przede wszystkim chodzi o to, że cała zmiana zmiennej zależnej została tu przypisywana po kolei pojedynczym zmiennym objaśniającym, podczas gdy ta całkowita zmiana  $Y$  jest efektem jednoczesnych zmian wszystkich czynników.

Nie respektowanie tej okoliczności prowadzi nie tylko do fałszywych interpretacji miar wpływu, ale i zaskakujących (choć oczywistych) błędów i paradoksów<sup>14</sup>.

Naturalnie, można by proponować korygowanie tak oszacowanych miar wpływu, dzieląc je przez liczbę zmiennych objaśniających. Zakładałoby to jednak, że każda zmienna w równym stopniu przyczynia się do zmian zmiennej  $Y$  (co jest bardzo wątpliwe). Nie ma powodów by tę procedurę modyfikować. Zawiera ona nieusuwalną wadę, bowiem przyrost empiryczny wynikający ze zmian wszystkich zmiennych przyrównuje się do przyrostów pojedynczych zmiennych objaśniających.

## **7. MODELE EKONOMETRYCZNE Z WIELOMA ZMIENNYMI OBJAŚNIAJĄCYMI**

Tradycyjne sposoby analizy ilościowej nie powinny być stosowane dla szacowania wpływu. Uzasadnienie tego stanowiska przedstawiano w paragrafach poprzednich. Przede wszystkim dlatego, – przypomnijmy – że badanie jednoczynnikowej zależności między zmienną  $Y$  a zmienną  $X$  (np. między popytem a dochodem) może być uznane za szacowanie wpływu zmiennej  $Y$  na zmienną  $X$  tylko wtedy, gdy:

1. zmienna  $X$  rzeczywiście jest czynnikiem kształtującym zmienną  $Y$ ,

<sup>14</sup> Gdybyśmy, na przykład, prognozując popyt przyjęli, że przyrosty zmiennych objaśniających wyniosą tyle, ile wynosiły w przeszłości (odpowiednio +44, -0,22 +0,2; zob. trzeci wiersz tabeli 2), to akceptując podane ilorazy jako miary wpływu poszczególnych zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą, otrzymujemy następujące oszacowanie oczekiwanego przyrostu popytu:

$$\Delta Y^* = +44 \cdot 0,1364 + (-0,22) \cdot (-27,272) + 0,2 \cdot 30 = 18,$$

czyli 3 razy więcej, niż wynosił empiryczny przyrost zmiennej objaśnianej przy podanych przyrostach zmiennych objaśniających. Wynik ten, choć zaskakujący, jest oczywisty: przy tak szacowanych miar wpływu  $K$  zmiennych objaśniających, oszacowany przyrost popytu będzie  $K$  – krotnie większy od empirycznego.

2. zmienna  $X$  jest jedynym czynnikiem oddziałującym na  $Y$  (albo gdy w zmiennej  $X$  „odzwierciedlają” się wszystkie zmienne wpływające na  $Y$ ).

Tymczasem zróżnicowanie zmiennej zależnej  $Y$  praktycznie zawsze jest pochodną zróżnicowania wielu czynników, wśród których tylko jednym z wielu jest zmienna  $X$ . Jest to pierwszy powód metodologicznej niekompletności wszystkich tradycyjnych procedur opartych na porównywaniu zmienności zmiennej zależnej tylko do zmienności wyróżnionej pojedynczej zmiennej niezależnej.

Drugi powód jest taki, że jeśli nawet uwzględnimy wiele zmiennych niezależnych (a wśród nich wyróżnioną zmienną niezależną), ale całą zmienność zmiennej zależnej przypisze się po kolei poszczególnym zmiennym niezależnym, to abstrahuje się od praktycznie zawsze mającego miejsce równoczesnego oddziaływania wszystkich zmiennych niezależnych na zmienną niezależną.

Dlatego ustalenie wielkości wpływu zmiennej niezależnej  $X$  na zmienną zależną  $Y$  oznaczać musi ustalenie tego, jaka część ogólnego – wynikającego ze zmian *wszystkich* zmiennych niezależnych – przyrostu zmiennej  $Y$ , wynika ze zmiany wyróżnionej zmiennej niezależnej  $X$ .

Szacowanie wpływu zmiennej  $X$  na zmienną  $Y$  oznacza zatem szacowanie *cząstkowego* wpływu zmiennej  $X$  na zmienną  $Y$  przy założeniu, że pozostałe zmienne niezależne nie zmieniają się (*ceteris paribus*).

Powiedzmy, że zmienna  $Y$  zależy od wielu zmiennych niezależnych:

$$(2) \quad \hat{Y} = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_k),$$

i przy tym jest to funkcja ciągła i przynajmniej raz różniczkowalna.

Z matematycznego punktu widzenia narzędziem pozwalającym określić cząstkowy wpływ zmiennej  $X_k$  na zmienną  $Y$  jest pierwsza pochodna cząstkowa funkcji  $\hat{Y}$  względem zmiennej  $X_k$ :

$$(3) \quad \delta_k = \frac{\partial \hat{Y}}{\partial X_k}^{15}.$$

i właśnie ona jest praktycznie jedyną możliwością ustalenia cząstkowego wpływu zmiennej  $X_k$  na zmienną  $Y$ <sup>16</sup>. W szczególności, jeśli model (2) jest liniowy:

$$(4) \quad \hat{Y} = b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \dots + b_k X_k,$$

<sup>15</sup> Jak wiadomo pierwsza pochodna cząstkowa jest granicą ilorazu różnicowego, obliczanego przy założeniu, że pozostałe zmienne objaśniające są ustalone (nie zmieniają się).

<sup>16</sup> Lub pokrewnej charakterystyki, na przykład stopy wzrostu czy elastyczności względem zmiennej niezależnej. Pierwsza pochodna cząstkowa nazywana jest prędkością wzrostu. Matematyczne definicje tych pojęć zamieszczone są w niekiedy w podręcznikach ekonometrii lub prognozowania, zob. np. Z. Czerwiński, *Matematyka na usługach ekonomii*, PWE, Warszawa 1973, s. 439, 453; B. Guzik, D. Appenzeller, W. Jurek, *Prognozowanie i symulacje. Wybrane zagadnienia*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2005, § 9.2

to współczynnik kierunkowy  $b_k$  jest pochodną cząstkową zmiennej  $\hat{Y}$  względem zmiennej  $X_k$ <sup>17</sup>, czyli określa średnią zmianę zmiennej  $Y$  na skutek wzrostu czynnika  $X_k$  o jednostkę.

Przykładowo, gdyby w modelu popytu zmienna  $X_1$  oznaczała dochód,  $X_2$  – cenę dobra,  $X_3$  – indeks cen dóbr substytucyjnych,  $X_4$  – indeks cen dóbr komplementarnych itd., to parametr  $b_1$  określałby oczekiwaną zmianę popytu na skutek wzrostu dochodu  $X_1$  o jednostkę *ceteris paribus*, parametr  $b_2$  określałby oczekiwaną bezpośrednią (*ceteris paribus*) zmianę popytu na skutek wzrostu cen dobra o jednostkę itd<sup>18</sup>.

Jest zrozumiałe, że model wieloczynnikowy musi być poprawny pod względem merytorycznym i statystycznym i powinien zawierać wszystkie zmienne oddziałujące na zmienną zależną<sup>19</sup>. Do spraw tych powrócimy pod koniec artykułu.

Poniżej, dla naszych danych z lat 1990–2004, przedstawiono oszacowanie liniowego modelu popytu, w którym popyt ( $P$ ; sztuki miesięcznie) uzależniono od:

- dochodów miesięcznych ( $D$ ; zł średnio na miesiąc),
- cen dobra ( $C$ ; zł),
- indeksu cen dóbr substytucyjnych ( $ICS$ ; 1990 = 1),
- indeksu cen dóbr komplementarnych ( $ICK$ ; 1990 = 1).

Naturalnie, nie uważamy by przyjęta lista zmiennych była kompletna i wzorcowa. Jest jedynie przykładowa, aby zilustrować postępowanie.

Oszacowania modelu jest następujące:

$$\hat{P} = 92,9 + 0,0849 D - 1,54 C + 16,5 ICS - 21,1 ICK; \quad R = 0,991.$$

(16,2)      (3,64)      (1,58)      (4,06)      (3,11)

Pod parametrami podano empiryczne statystyki  $t$ -Studenta.

Symbol  $R$  oznacza współczynnik korelacji wielorakiej między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi w modelu liniowym<sup>20</sup>.

Jeśli idzie o interesujące nas pytanie dotyczące reakcji popytu na zmiany dochodu, to oszacowano, że wzrost dochodów o jednostkę (1 zł) wywołuje – *ceteris paribus* – wzrost popytu średnio o ok. 0,085 szt.

- Oszacowano ponadto, że wzrost ceny o 1 zł pociąga za sobą – *ceteris paribus* – spadek miesięcznego popytu o 1,54 szt., wzrost indeksu cen

<sup>17</sup> O ile zmienna ta nie jest stałą.

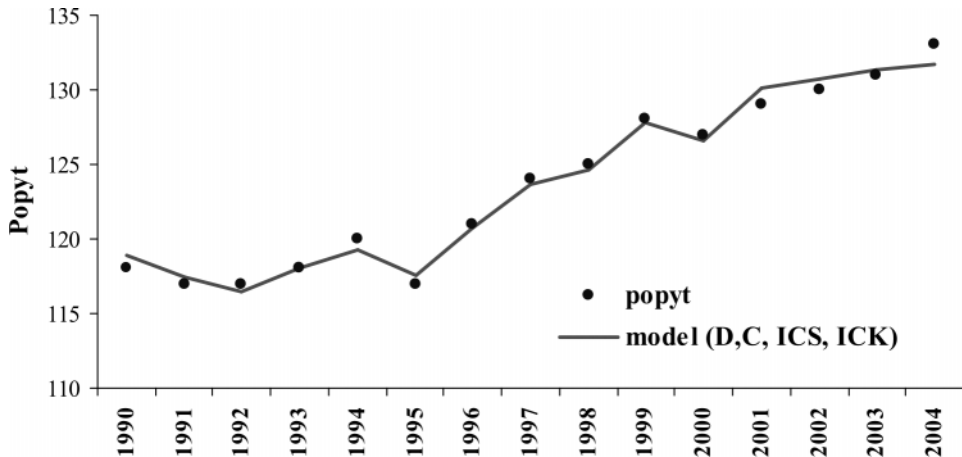
<sup>18</sup> Jeśli nie interesuje nas skala wpływu zmiennych objaśniających modelu liniowego, a tylko kierunek i siła powiązań zmiennej  $Y$  ze zmiennymi niezależnymi, można ograniczyć się do obliczenia współczynników korelacji cząstkowej. Píše o tym np. H. Theil, *Zasady ekonometrii*, PWE, Warszawa 1979, § 4.3.

<sup>19</sup> O metodach estymacji modeli liniowych wielu zmiennych pisze się w każdym podręczniku ekonometrii, np.: G. C. Chow, *Ekonometria*, PWN, Warszawa 1997, r. 2; A. Welfe, *Ekonometria*, PWE, Warszawa 2003, r. 2; B. Guzik, *Ekonometria*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2005, r. 4.

<sup>20</sup> Z formalnego punktu widzenia jest to zwykły współczynnik korelacji między zmienną  $Y$  a jej wartościami modelowymi, zob. np. H. Theil, *Zasady ekonometrii*, PWE, Warszawa 1979, § 4.1.

dóbr substytucyjnych o 100% wywołuje (*ceteris paribus*) wzrost miesięcznego popytu na badane dobro o 16,5 szt., a wzrost indeksu cen dóbr komplementarnych o 100% skutkuje, *ceteris paribus*, spadkiem miesięcznego popytu na analizowane dobro o 21 szt.<sup>21</sup>

- W sensie standardowego testu istotności *t*-Studenta zmienną objaśniającą *Cena dobra* należałoby uznać za zmienną nieistotną<sup>22</sup>. Do dyskusji postulatu istotności zmiennych objaśniających wrócimy pod koniec artykułu.



**Rys. 12. Obserwacje empiryczne i model popytu (w szt.)**

Źródło: Obliczenia własne

- Model w bardzo wysokim, ponad 99% stopniu, wyjaśnił kształtowanie się zaobserwowanej w latach zmienności popytu ( $R = 0,991$ )<sup>23</sup>. Widać to też na wykresie danych empirycznych i modelowych (rys. 12).

<sup>21</sup> Używając bardziej praktycznych jednostek pomiaru można powiedzieć, że wzrost:
 

- miesięcznego dochodu o 100 zł wywołuje (*ceteris paribus*) wzrost miesięcznego popytu o około 8,5 sztuk;

– indeksu cen dóbr substytucyjnych o 1 p.p. pociąga za sobą (*ceteris paribus*) wzrost miesięcznego popytu średnio o 0,16 sztuk;

– indeksu cen dóbr komplementarnych o 1 p.p. skutkuje (*ceteris paribus*) spadkiem miesięcznego popytu średnio o 0,21 sztuk.

<sup>22</sup> Gdyż moduł empirycznej statystyki *t*-Studenta równy 1,58 jest mniejszy od wartości krytycznej równej 2,228 (dotyczącej 5% poziomu istotności i 10 stopni swobody).

<sup>23</sup> Za miarę stopnia wyjaśnienia zmienności zmiennej *Y* przyjęto współczynnik korelacji wielowymiarowej *R* a nie – powszechnie używany – jego kwadrat  $R^2$  (tzw. współczynnik determinacji). Powód jest jeden: mierzenie zmienności za pomocą  $R^2$  to mierzenie zmienności *Y* według kwadratów (co jest dość dziwaczne, choć przynajmniej – powszechne). „Normalną” interpretację ma mierzenie zmienności według oryginalnej jednostki pomiaru zmiennej *Y*, z czym związany jest (zwykły) współczynnik korelacji wielowymiarowej *R*.



## 8. PODSTAWOWE ZAGADNIENIA METODOLOGICZNE ZWIĄZANE Z MODELAMI WIELOCZYNNIKOWYMI

W tym paragrafie omówione będą niektóre zagadnienia metodologiczne związane ze stosowaniem wieloczynnikowych modeli ekonometrycznych dla szacowania wpływu pojedynczych zmiennych objaśnianych na zmienną objaśnianą.

### 8.1. OSZACOWANIA WPLYWU ZMIENNEJ OBJAŚNIANEJ

Stosując oparty na wieloczynnikowych modelach ekonometrycznych, sposób szacowania cząstkowego wpływu danego czynnika na zmienną objaśnianą pamiętać trzeba, że poprawność oszacowań parametrów modelu zależy – przede wszystkim – od poprawności i kompletności listy zmiennych objaśniających.

Lista zmiennych objaśniających musi być merytorycznie poprawna i odpowiednio szeroka, abyśmy mieli przekonanie, że zawiera wszystkie (lub prawie wszystkie) czynniki kształtujące zmienną objaśnianą. Dopiero wtedy można mówić, że parametr stojący przy interesującej nas zmiennej objaśniającej rzeczywiście jest wiarygodnym oszacowaniem cząstkowego wpływu badanego czynnika.

Poniżej podano, uzyskane klasyczną mnk na podstawie danych 1990–2004, oszacowania niektórych wersji liniowego modelu popytu zawierającego w charakterze zmiennej objaśniającej *dochód*<sup>24</sup>. Te różne wersje modelu odpowiadają różnym wersjom hipotezy o zestawie czynników oddziałujących na popyt.

(a) popyt względem *dochodu*:

$$\hat{P}_1 = 69,1 + 0,117 D; \quad R = 0,953;$$

(14,4) (11,4)

(b) popyt względem *dochodu i cen*:

$$\hat{P}_2 = 65,7 + 0,153 D - 4,30 C; \quad R = 0,972;$$

(16,1) (10,0) (2,81)

(c) popyt względem *dochodu, cen i indeksu dóbr substytucyjnych*:

$$\hat{P}_3 = 80,6 + 0,069 D - 2,12 C + 14,8 ICS; \quad R = 0,986;$$

(14,4) (2,28) (1,63) (2,75)

<sup>24</sup> Początkowa wersja obejmuje zależność popytu tylko od dochodu, a każda następną jest rozszerzeniem poprzedniej o jedną zmienną objaśniającą.

Przy  $K$  dodatkowych zmiennych objaśniających oprócz zmiennej badanej, liczba możliwych wersji modelu zawierającego daną zmienną wynosi  $2^K - 1$ . W naszym przykładzie  $K = 3$  i stąd liczba możliwych wersji modelu zawierającego dochód w charakterze zmiennej objaśniającej wynosi 7.

(d) popyt względem *dochodu, cen, indeksu dóbr substytucyjnych i indeksu cen dóbr komplementarnych*:

$$\hat{P}_4 = 92,9 + 0,0849 D - 1,54 C + 16,5 ICS - 21,1 ICK; \quad R = 0,991.$$

(16,2)    (3,64)    (1,58)    (4,06)    (3,11)

Oszacowania wielkości wpływu dochodów na popyt *ceteris paribus* wyraźnie zmienia się w miarę wzrostu liczby zmiennych objaśniających<sup>25</sup>. Sugerują one, że przy ustalonych wartościach innych zmiennych, jednostkowy wzrost dochodów przypuszczalnie wywoła wzrost popytu:

- o 0,117 jednostek w przypadku hipotezy (a),
- o 0,153 jednostki w przypadku hipotezy (b),
- o 0,069 jednostek w przypadku hipotezy (c),
- o 0,085 jednostek w przypadku hipotezy (d).

Taka zmienność oszacowań wpływu zmiennej objaśnianej wywołuje zrozumiałe niepokój. Oznacza bowiem bardzo dużą niestabilność wyników. Narzuca też zrozumiałe pytanie, której z tych ocen uwierzyć, czy też może w ogóle nie wierzyć żadnej?

Jeśli idzie o pierwszą sprawę, to odpowiedź jest oczywista: przy zmianie listy zmiennych objaśniających oceny same przez się muszą ulegać zmianom<sup>26</sup>, bowiem ta sama zaobserwowana zmienność zmiennej objaśnianej zostaje rozdzielona pomiędzy różną liczbę zmiennych objaśniających. W przykładzie, w przypadku (a) całą zmienność popytu przypisano tylko zmienności dochodów, w przypadku (b) rozdzielono ją pomiędzy dwie zmienne (dochody i ceny), a w przypadku (d) aż pomiędzy cztery zmienne objaśniające. Stąd udział danej zmiennej będzie ulegał zmianie, gdy liczba zmiennych objaśniających będzie ulegała zmianie<sup>27</sup>.

Jeśli zaś idzie o drugie pytanie, któremu oszacowaniu zaufać, to odpowiedź też jest oczywista: zaufać należy oszacowaniu, które możliwie najbardziej odzwierciedla teorię badanego zjawiska i jest merytorycznie poprawne.

W naszym przykładzie, takim modelem najbardziej zbliżonym do teorii zjawiska (która orzeka, że popyt zależy nie tylko od dochodów ale jeszcze od wielu innych czynników o charakterze ekonomicznym i pozaekonomicznym) jest model zawierający wszystkie cztery wyżej badane zmienne objaśniające. Pozostałe modele odpowiadają hipotezom, które są tylko „fragmentaryczne” i niekompletne. Dlatego też za najbardziej wiarygodne spośród rozpatrywanych oszacowań przyjmujemy oszacowanie ostatnie, że wzrost dochodu o 1 zł wywołuje – *ceteris paribus* – wzrost popytu średnio o 8,5 groszy. Pozostałe oszacowania wydają się bądź zawyżone – (a) oraz (b) lub zaniżone – (c).

<sup>25</sup> A ogólniej – zmienia się wobec liczby zmiennych objaśniających i składu ich listy.

<sup>26</sup> Za wyjątkiem tzw. zmiennych *ortogonalnych*, co w praktyce, przy zmiennych objaśniających reprezentujących autentyczne zjawiska ekonomiczne, nie ma miejsca.

<sup>27</sup> Ta sama uwaga dotyczy zresztą i zmian składu listy zmiennych objaśniających.

To, którą wartość wybierzemy ma nie tylko znaczenie teoretyczne. Może też mieć bardzo duże znaczenie praktyczne<sup>28</sup>.

## 8.2. ISTOTNOŚĆ ZMIENNYCH OBJAŚNIAJĄCYCH

Postulat, aby liczba zmiennych objaśniających była duża jest – jak wiadomo – w konflikcie z postulatem istotności zmiennych objaśniających. Wprowadzanie do modelu dużej liczby zmiennych objaśniających powoduje na ogół zmniejszenie *istotności* lub wręcz nieistotność niektórych z nich<sup>29</sup>.

Oczywiście, byłoby dobrze, gdyby wszystkie zmienne objaśniające były istotne. Jeśli jednak w modelach wieloczynnikowych pojawią się zmienne nieistotne, nie powinniśmy ich usuwać. Głównym celem proponowanych modeli wielowymiarowych jest bowiem wyjaśnienie jak największego zakresu zmienności zmiennej objaśnianej i określenia stopnia wpływu – o ile to możliwe – wszystkich czynników oddziałujących na zmienną objaśnianą, czyli oszacowanie modelu możliwie najbardziej adekwatnego do teorii. A wpływ danego czynnika, co

<sup>28</sup> Powiedzmy, że kierownictwo przedsiębiorstwa zastanawia się nad planem produkcji w roku 2005, który z kolei oparty jest na prognozach popytu w roku 2005. Przewiduje się, że w roku 2005 średni miesięczny dochód wyniesie 550 zł na osobę i nie przewiduje się zmian cen badanego dobra i dóbr wobec niego komplementarnych oraz substytucyjnych w stosunku do roku 2004.

Z uwagi na ostatnie założenie zmiana wielkości popytu wynikająca ze zmian cen będzie zerowa. Natomiast prognozowane zmiany wielkości popytu na osobę miesięcznie, wynikające ze zmian dochodu, który w 2004 r. był równy 530 zł miesięcznie (przyrost dochodu 20 zł), wyniosą:

- według modelu popytu względem *dochodu, cen, indeksu dóbr substytucyjnych i indeksu cen dóbr komplementarnych*:  $\Delta P = 0,0849 \cdot 20 = 1,70$ ;
- według modelu popytu względem *dochodu, cen i indeksu dóbr substytucyjnych*:  $\Delta P = 0,069 \cdot 20 = 1,38$ , czyli o ok. 20% mniej niż w przypadku zaakceptowanego oszacowania – por. punkt a);
- według modelu popytu względem *dochodu i cen*:  $\Delta P = 0,153 \cdot 20 = 3,06$ , czyli o ok. 80% więcej, jak w przypadku a)
- według modelu popytu względem *dochodu*:  $\Delta P = 0,117 \cdot 20 = 2,34$ , czyli o 38% więcej niż w przypadku a).

Oznacza to, że gdyby, na przykład, prognostyk zaproponował przedsiębiorstwu prognozy popytu obliczone na podstawie modelu względem dochodów i cen, to mogłyby dojść do niezwykle wysokiego przeszacowania przyrostu popytu, aż o 80%. Gdyby w ślad za taką prognozą przedsiębiorstwo rozszerzyło swój majątek produkcyjny, zatrudniło nowych pracowników, zakupiło dodatkowe surowce, poniosłoby bardzo duże straty.

Z kolei, gdyby prognostyk zasugerował przedsiębiorstwu prognozę zbudowaną na podstawie modelu względem dochodów, cen i cen dóbr substytucyjnych, doszłoby przypuszczalnie do zaniżenia przewidywanego przyrostu popytu, co po przystosowaniu się firmy do tej prognozy popytu, dałoby też straty, tym razem związane z utratą rynku zbytu.

<sup>29</sup> Tak też jest w przykładzie: zmienne objaśniające w wersjach modelu z jedną zmienną objaśniającą (dochód) lub dwiema zmiennymi (dochód i ceny) są istotne. Natomiast w wersjach modelu z trzema i czterema zmiennymi objaśniającymi jedna ze zmiennych (cena) jest nieistotna.

rozumiałe, może być wyrazisty (czyli istotny), albo mało wyrazisty (słabo istotny) a niekiedy wręcz bardzo nieistotny. Z tego punktu widzenia najważniejsze jest zbliżenie modelu do teorii. Postulat istotności jest tu, w jakimś stopniu, drugorzędny.

By jednak postulat istotności nie naruszać w sposób skrajny – bo to czy zmienna objaśniająca wywiera na zmienną objaśnianą wpływ zauważalny, czy też niezauważalny jest z metodologicznego i ekonomicznego punktu widzenia bardzo ważne – można proponować słabszą wersję postulat istotności.

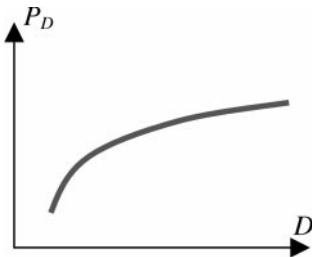
Postulujemy, aby z modelu usuwać jedynie zmienne skrajnie nieistotne. To, kiedy zmienna objaśniająca jest skrajnie nieistotna, a kiedy nie, jest sprawą konwencji.

Na przykład można przyjąć, że zmienna jest skrajnie nieistotna, gdy moduł jej empirycznej statystyki  $t$ -Studenta jest mniejszy od  $1,0$ <sup>30</sup>.

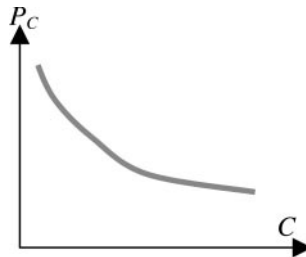
Z modeli wieloczynnikowych bezwzględnie jednak należy usuwać zmienne objaśniające, których znaki nie są sensowne. Gdybyśmy je pozostawili, otrzymamy równanie ekonometryczne nie mogłoby być traktowane jako model realnego, „normalnego” zjawiska ekonomicznego.

### 8.3. PREZENTACJA GRAFICZNA ZALEŻNOŚCI ZMIENNEJ OD JEDNEGO CZYNNIKA

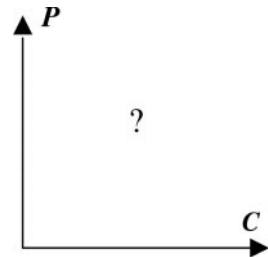
Dokonując prezentacji graficznej zależności zmiennej  $Y$  od pojedynczego czynnika  $X$  należy konsekwentnie używać symboliki zaznaczającej, iż chodzi o częstkową – *ceteris paribus* – zależność zmiennej  $Y$  od danego czynnika  $X$ . Np. jeśli badamy zależność popytu od dochodu oraz cen, to na wykresie należy oznaczyć, że nie chodzi o cały popyt (np.  $P$ ), a tylko tę jego część, która generowana jest przez dochód (np.  $P_D$ ), czyli o *efekt dochodowy* oraz o tę część, która generowana jest przez zmiany cen, czyli o *efekt cenowy* (np.  $P_C$ ).



Rys. 13. Efekt dochodowy



Rys. 14. Efekt cenowy



Rys. 15. Popyt versus ceny

<sup>30</sup> Przy liczbie stopni swobody rzędu nie większej 20 odpowiadałoby to, mniej więcej, korelacji częściowej zmiennej  $X$  ze zmienną  $Y$  na poziomie nie mniejszym od 5%. Relację między statystykami Studenta a korelacją częściową podaje np. H.Theil, *Zasady ekonometrii*, PWE, Warszawa 1979, s. 188.

Używanie symboli dotyczących „całości” zmiennej zależnej (rys. 15), prowadzi do nieporozumień, gdyż czytelnik nieuchronnie zrozumie takie oznaczenia, jako przypisanie całości zmian zmiennej zależnej danemu, pojedynczemu czynnikowi.

## 9. PODSUMOWANIE

1. Szacowanie wpływu pojedynczej zmiennej objaśniającej  $X$  na zmienną objaśnianą  $Y$  nie może odbywać się poprzez przyrównywanie zmian zmiennej  $Y$  tylko do zmian wyróżnionej zmiennej  $X$  (np. poprzez wykresy płaskie, współczynniki korelacji prostej, jednoczynnikowe modele ekonometryczne). Zasadniczy powód jest taki, że zmienność zmiennej ekonomicznej  $Y$  wynika zazwyczaj z zmian wielu różnych czynników, wśród których czynnik poddawany analizie jest tylko jednym z wielu.
2. W związku z tym trzeba stosować takie narzędzia, które pozwalają rozdzielić całkowitą zmianę zmiennej objaśnianej na poszczególne, wpływające na nią czynniki. Procedurą taką nie jest przypisywanie całego przyrostu zmiennych kolejnym zmiennym objaśniającym, gdyż wtedy to, co wynika z jednoczesnej zmienności wszystkich czynników, przypisywane jest tylko jednemu czynnikowi.
3. Podejściem, które umożliwia metodologicznie poprawne oszacowanie częściowego wpływu danego czynnika na zmienną objaśnianą jest oszacowanie parametrów wieloczynnikowego modelu ekonometrycznego, którego jedną z wielu zmiennych objaśniających jest analizowany czynnik.
4. Taki wieloczynnikowy model ekonometryczny musi być adekwatny z teorią tłumaczącą kształtowanie się zmiennej objaśnianej. W związku z tym model wieloczynnikowy powinien zawierać możliwie dużo zmiennych objaśniających, ale przy tym takich, że są one merytorycznie poprawne i nie są skrajnie nieistotne.

Dla oszacowania wpływu pojedynczego czynnika trzeba szacować kompletny (i zgodny z teorią ekonomiczną) model zależności od wszystkich lub prawie wszystkich czynników kształtujących zmienną objaśnianą. Nie można tu „iść na skróty” szacując tylko zależności typu jednoczynnikowego.

## BIBLIOGRAFIA

- Aczel A., *Statystyka w zarządzaniu. Pełny wykład*, WN PWN, Warszawa 2000  
Begg D., Fischer S., Dornbush R., *Makroekonomia*, PWE, Warszawa 1998  
Chromińska M., Ignatczyk W., *Statystyka*, Wyd. WSB w Poznaniu, Poznań 2004  
Czerwiński Z., *Moje zmagania z ekonomią*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2002  
Czerwiński Z., *Matematyka na usługach ekonomii*, PWE, Warszawa 1973

- Chow G.C., *Ekonometria*, PWN, Warszawa 1997
- Fisz M., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1967
- Guzik B., *Ekonometria*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2005
- Guzik B., Appenzeller D., Jurek W., *Prognozowanie i symulacje. Wybrane zagadnienia*, Wyd. AE Poznań, 2005
- Paradysz J. (red.), *Statystyka*, Wyd. AE Poznań, Poznań 2005
- Pawłowski Z., *Wstęp do statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1969
- Romer D., *Makroekonomia dla zaawansowanych*, WN PWN, Warszawa 2000
- Thiel H., *Zasady ekonometrii*, PWE, Warszawa 1979
- Welfe A., *Ekonometria*, PWE, Warszawa 2003
- Varian H.R., *Mikroekonomia*, PWN, Warszawa 1995

## EMPIRICAL ESTIMATION OF ECONOMIC RELATIONSHIPS

**Summary:** The article presents a discussion of standard and popular approaches to estimating the empirical economic relationships. The author discusses in particular the possibilities and limitations of the correlation analysis and one-variable regression functions, which are the methods commonly used by economists.

The author indicates that these approaches are methodologically incomplete. Hence, the author suggests another approach – the analysis of the *individual* economic relationships which is based on accordingly formulated *multidimensional economic models*.

Fundamental postulates of econometric approach are used and modified in some cases. Theoretical considerations are illustrated by the empirical example of the demand function estimation.

**Key words:** economic relationships, estimation, multidimensional economic models

*Prof. dr hab. Bogusław Guzik  
Akademia Ekonomiczna w Poznaniu  
Katedra Ekonometrii  
al. Niepodległości 10  
60-967 Poznań  
email: b.guzik@ae.poznan.pl*